

张搏翔, 宿淞林, 马文静, 等. 基于有限元分析与智能粒子群优化算法优化坡面框架支护梁截面设计[J]. 华南地震, 2024, 44(4): 134-141.  
[ZHANG Boxiang, SU Songlin, MA Wenjing, et al. Cross-Section Design Optimization of Support Frame Beam on Slope Based on Finite Element Analysis and Intelligent Particle Swarm Optimization Algorithm[J]. South China journal of seismology, 2024, 44(4): 134-141]

# 基于有限元分析与智能粒子群优化算法优化坡面框架支护梁截面设计

张搏翔<sup>1</sup>, 宿淞林<sup>1</sup>, 马文静<sup>2</sup>, 宿文姬<sup>1</sup>

(1. 华南理工大学 土木与交通学院, 广州 510641; 2. 南京工业大学 浦江学院, 南京 211222)

**摘要:** 将改进自适应惯性权重智能粒子群优化算法(PSO)与外点罚函数结合, 以跨长为6 m承受均布荷载的钢筋混凝土坡面支护框架梁为例进行研究。利用FLAC-3D有限元模拟均布荷载下梁的受力情况。研究发现梁单元在跨中弯矩达到阈值100 kN·m时双筋梁造价相对单筋梁低; 且保持外力不变时增大混凝土强度使全梁造价升高, 而增大钢筋强度使造价下降; 箍筋应在满足规范的要求下减小间距; 文章还根据计算结果给出相应解释。

**关键词:** 智能粒子群优化算法; 网格搜索算法; 自适应惯性权重; 外点罚函数

中图分类号: TU37

文献标识码: A

文章编号: 1001-8662(2024)04-0134-08

DOI: 10.13512/j.hndz.2024.04.15

## Cross-Section Design Optimization of Support Frame Beam on Slope Based on Finite Element Analysis and Intelligent Particle Swarm Optimization Algorithm

ZHANG Boxiang<sup>1</sup>, SU Songlin<sup>1</sup>, MA Wenjing<sup>2</sup>, SU Wenji<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering & Transportation, South China university of technology, Guangzhou 510641, China; 2. Nanjing Tech University Pujiang Institute, Nanjing 211222, China)

**Abstract:** In this paper, the improved adaptive inertia weighted intelligent particle swarm optimization (PSO) algorithm was integrated with the exterior penalty function to investigate the reinforced concrete support frame beam on a slope with a span length of 6 m subjected to uniform load. FLAC-3D finite element was used to simulate the stresses distribution in the beam subjected to uniform load. The results show that the cost of a double-reinforced beam is relatively lower than that of a single-reinforced beam when the mid-span bending moment reaches the threshold value of 100 kN·m. When the external force is kept unchanged, increasing the strength of the concrete increases the cost of the whole beam, while increasing the strength of the reinforcement decreases the cost. Stirrup spacing should be reduced in the arrangement while meeting the requirements. The paper also gives the corresponding explanation according to the calculation results.

收稿日期: 2024-10-20

基金项目: 广东省自然资源厅科技项目(GDZRZYKJ2024008); 国家级大学生创新项目(202410561152)联合资助。

作者简介: 张搏翔(2002-), 男, 本科, 主要研究边坡稳定性预警分析。

通信作者: 宿文姬(1969-), 女, 博士, 副教授, 从事工程防灾减灾研究。

E-mail: wjsu@scut.edu.cn

**Keywords:** Intelligent particle swarm optimization algorithm; Grid search algorithm; Adaptive inertia weight; Exterior penalty function

0 引言

钢筋混凝土一直是建筑工程与边坡工程行业主要的结构构件材料,在建筑工程中梁板结构的资金投入约占总设计成本的50%<sup>[1]</sup>,在边坡工程支护工程中支护梁建造同样成本占比较高。在边坡工程中坡面支护梁处于弯剪扭复杂受力状态,支护梁两端一方面受到锚索在节点的集中力,另一方面受到来自边坡土体压力作用(图1)。

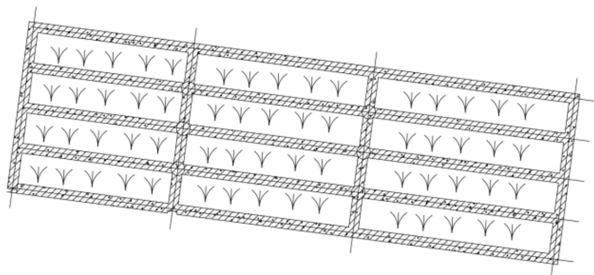


图1 边坡框架梁示意图

Fig.1 Frame beam on slope

本文选取智能粒子群优化算法进行优化设计,该算法已初步用于土木工程行业的优化设计中,谢

军等学者利用粒子群算法优化钢筋混凝土框架<sup>[2]</sup>,王禄锋等学者进行剪力墙优化设计研究<sup>[2]</sup>。本文改进传统智能粒子群优化算法,融入外点罚函数与惯性自适应权重,并且在外围利用网格搜索进行全局寻优来进行优化设计。

1 智能优化粒子群算法

1.1 原理介绍

1995年,美国学者 Kennedy 和 Eberhart 共同提出了粒子群算法,其基本思想源于对鸟类群体行为进行建模与仿真的研究结果的启发<sup>[5]</sup>。其基本示意图见图2。

它的核心思想是利用群体中的个体对信息的共享使整个群体的运动在问题求解空间中产生从无序到有序的演化过程,从而获得问题的可行解。在探索过程中,每只鸟会记下自己曾找到过的、食物最丰富的地点,并且鸟群成员之间互相分享每次寻找食物的经验和成果,包括食物的位置及其数量。这使得整个鸟群能够了解到目前为止哪里的食物最为丰富。经过一段时间的努力,鸟群最终能够确定森林中食物最丰富的位置,即全局最优解。

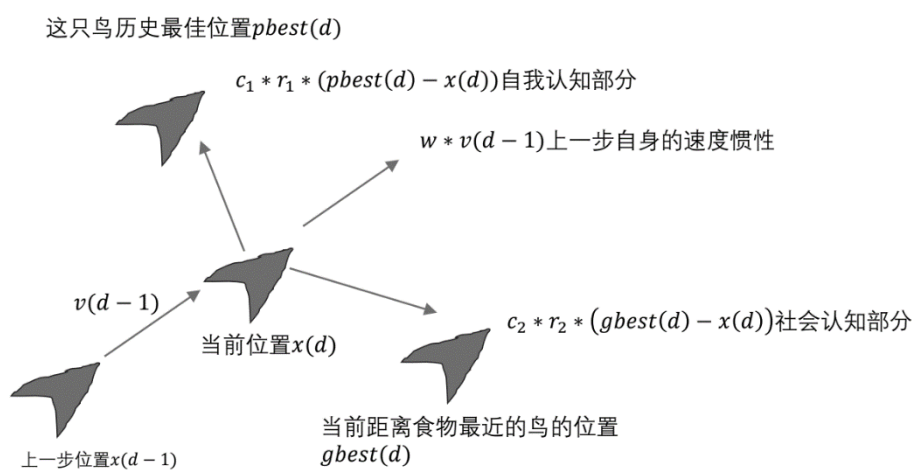


图2 粒子群优化算法示意图

Fig.2 PSO algorithm

1.2 粒子群优化算法变量

图1粒子群算法中基本变量标识如下表所示:

其中 $x(d)$ 为第 $d$ 步时的位置,即目前某个粒子所处的森林空间位置; $x(h,b,s)$ 为一个三维函数;本文 $v(d)$ 为第 $d$ 步时的速度,即下一步运动在

各个方向的速度取值 $v(v(h),v(b),v(s))$ ；同时下一步速度还受到其他粒子的影响，基本计算公式如下：

$$x(d) = x(d-1) + v(d) \times t \quad (t \text{一般取} 1) \quad (1)$$

$$v(d) = w * v(d-1) + c_1 * r * (pbest(d) - x(d)) + \dots + c_2 * R * (gbest - x(d)) \quad (2)$$

其中 pbest 和 gbest 分别为鸟群当前最优位置和

鸟群全局最优位置（均为三维空间位置），若  $pbest(h,b,s) - x(h,b,s)$  为正，说明离最佳位置有距离，应增大速度以靠近最优位置，为负则应当远离此位置，pbest(h,b,s) 同理； $c_1$  与  $c_2$  在本文取 0.9，分别代表自身位置和全鸟群位置对于下一步位置的影响。

表1 粒子群变量标识

Table 1 Variable identification of particle swarm

变量名称	变量含义	变量名称	变量含义
$C_1/C_2$	个体/社会学习因子	$R$	[0,1]上随机数
$v(d)$	第d步时鸟群的速度	$w$	惯性权重
$r$	[0,1]上随机数	$x(d)$	第d步时位置

### 1.3 自适应惯性权重

惯性权重即鸟群保持自身上一步行动方向的能力在下一步行动中所有可能行动中的能力占比，若惯性权重越大，说明上一步行动对后续影响最大。传统算法中采用常数惯性权重。本文改进常数权重思想，利用惯性自适应权重<sup>[6]</sup>，以当前最优解与全局最优解为影响因子判断自身下一步行动计划，具体计算公式如下所示：

$$w = w_{\min} + (w_{\max} - w_{\min}) * \frac{f(x) - f_{\min}}{f_{\text{average}} - f_{\min}} \quad f(x) \leq f_{\text{average}} \quad (3)$$

$$w = w_{\max} \quad f(x) > f_{\text{average}}$$

其中  $f_{\text{average}}$  为第d次迭代时所有粒子的平均适应度， $f_{\min}$  为第d次迭代时所有粒子的最小适应度。

## 2 弯剪截面设计原理

### 2.1 钢筋混凝土梁基本构成

由于锚固支点存在位移，坡面支护梁并非完全固接；本文以偏安全的角度分析，将支座简化为铰支座。对该梁在均布荷载下受弯剪作用构件进行优化设计。利用CAD绘图软件绘制计算模型如下图所示，本文取混凝土保护层厚度  $\alpha_s = 40 \text{ mm}$ 。

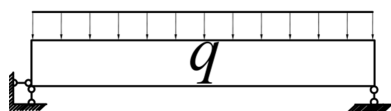


图3 计算钢筋混凝土梁模型

Fig.3 Calculation of the reinforced concrete beam model

### 2.2 有限元数值模拟分析

为进一步探寻在均布荷载作用下混凝土梁的破坏情况以得到潜在危险面的可能位置，利用FLAC3D有限元软件进行数值建模模拟。在边坡支护框架简支梁顶部作用均布荷载的条件下模拟梁弯矩如下图所示：

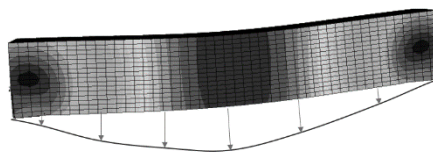


图4 有限元模拟梁弯矩情况

Fig.4 Finite element simulation of beam displacements

可以发现，钢筋混凝土梁在跨中位置竖向弯矩较大。若假定梁为线弹性结构，根据剪力基本公式  $V(x) = \frac{dM(x)}{dx}$  可知剪力为弯矩的一阶导数，则在支座附近剪力最大，应当配筋加以保证。

### 2.3 双筋截面梁力学分析

双筋梁根据  $x$  方向、 $y$  方向受力平衡以及弯矩  $M_u$  的平衡条件列出计算式为：

$$\alpha_1 f_c b x + f'_y A'_s = f_y A_s \quad (7)$$

$$M_u = \alpha_1 f_c b x (h_0 - \frac{x}{2}) + f'_y A'_s (h_0 - a'_s) \quad (8)$$

其中  $\alpha_1$  为受压区混凝土矩形应力图的应力值与混凝土轴心抗压强度设计值的比值， $x$  为受压区高度， $f_c$  为混凝土受压强度设计值， $h_0$  为有效受压区高度， $f_y$  和  $f'_y$  为钢筋强度设计值， $A_s$  为钢筋截面面积， $x \leq \xi_b h_0$  为必须满足适筋梁破坏条件， $x \geq 2a'_s$ 。

为了保证受压钢筋可以受压,  $\rho \geq \rho_{\min} \frac{h}{h_0}$  为必须满足的最小配筋率的要求。

而单筋梁计算计算公式为(7)(8)式消去与 $f_y$ 相关两项即可。

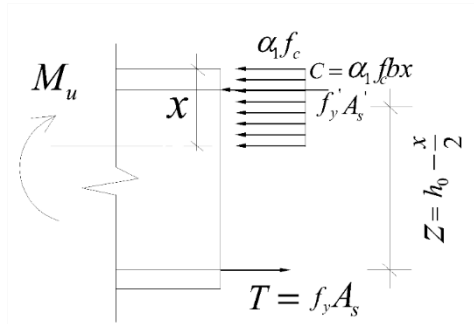


图5 双筋梁计算原理图

Fig.5 Calculation principle of double-reinforced beam

其中,  $\alpha_{cy}$  为受剪承载力系数, 本文取0.7;  $A_{sv}$  为配置在同一截面内箍筋全部截面面积,  $f_{yv}$  为箍筋抗拉强度设计值, 本文取360 kN/mm<sup>2</sup>;  $A_{sb}$  为纵筋弯起筋面积, 本文取纵筋面积的10%弯起。

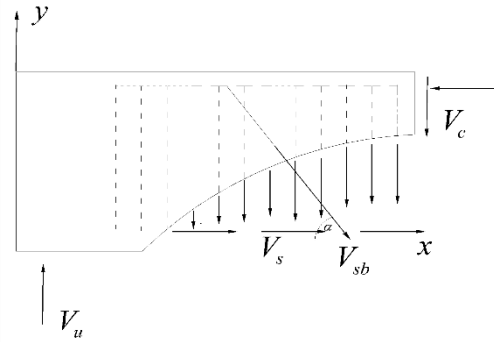


图6 受剪梁计算原理图

Fig.6 Calculation principle of shear beam

## 2.4 混凝土梁箍筋受剪力学分析

受剪力截面梁计算简图如下所示:

$$V_u = \alpha_{cy} f_t b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.8 f_y A_{sb} \sin \alpha_s \quad (9)$$

单筋弯剪截面梁和双筋弯剪截面梁的截面设计均是基于水平方向受力平衡和弯矩平衡进行设计计算。除此以外, 截面还应满足极限截面受压区和最小配筋率的影响。根据规范要求, 部分约束如下所示:

表2 不同约束情况与参数表达式

Table 2 Different constraints and parameter expressions

约束要求	参数表达	约束要求	参数表达
高宽比	$3.5 \geq h/b \geq 2$	挠度变形	$w \leq \frac{l}{250}$
高跨比	$12 \geq l/h \geq 4$	箍筋数量	$10n + (n-1)s \leq 6000$
受弯钢筋类型	HRB400、HRB500	箍筋配筋率	$\rho_{sv} = \frac{A_{sv}}{bs} \geq \rho_{sv, \min}$
受弯混凝土类型	C25、C30	箍筋间距	$300 \geq s \geq 40$
配筋率大于最小配筋率	$\rho \geq \rho_{\min} \frac{h}{h_0}$	受压区高度	$x \leq \xi_b h_0$
保护层厚度	$C \geq 20 \text{mm}$	受力要求	$F \geq P$

## 3 建立模型

本文在满足高宽比限制和刚度强度等要求的前提下进行优化分析, 找寻满足约束下最低造价。

外点罚函数<sup>[8]</sup>的基本思想为将有约束规划问题转化为无约束规划问题, 将附加约束加到造价函数中作为惩罚项进行迭代分析, 将惩罚项压缩到0即

可, 大致思路如下:

不妨设造价函数为 $Q$ , 则问题可以转化为求 $\min Q$ 的值。设罚函数 $P_i(x)$ 为第 $i$ 个约束条件惩罚函数, 最终造价函数可以表示为:

$$\min R(x) = Q + \sigma_p \sum_{i=1}^n P_i(x) \quad (10)$$

其中 $\sigma_p$ 为惩罚因子, 主要目的在于放大惩罚函数的权重, 本文取1000

外点罚函数计算的基本步骤为：1. 给定初始点  $x$ ，初始罚因子  $\sigma_p$ ，误差要求为  $\varepsilon$ ；2. 计算  $R(x) = Q + \sum_{i=1}^n P_i(x)$ ，记录每一次迭代的  $R(x)$  并记录；3. 当两次  $R(x)$  误差小于  $\varepsilon$  或达到设定迭代次数限制（本文设定 5000 次）时，得到的  $R(x)$  的极值，记录此时的  $x$  为极小点。其中  $P(x)$  始终为大于等于 0 的数，当  $P(x)$  压缩至 0 时  $R(x)$  最小。以配筋率约束

为例， $P_i(x) = -(\min\{\rho - \rho_{\min}, \frac{h}{h_0}\}, 0)$ 。

## 4 优化结果

模型利用 MATLAB 软件进行程序编写，其基本计算流程图如下图所示：

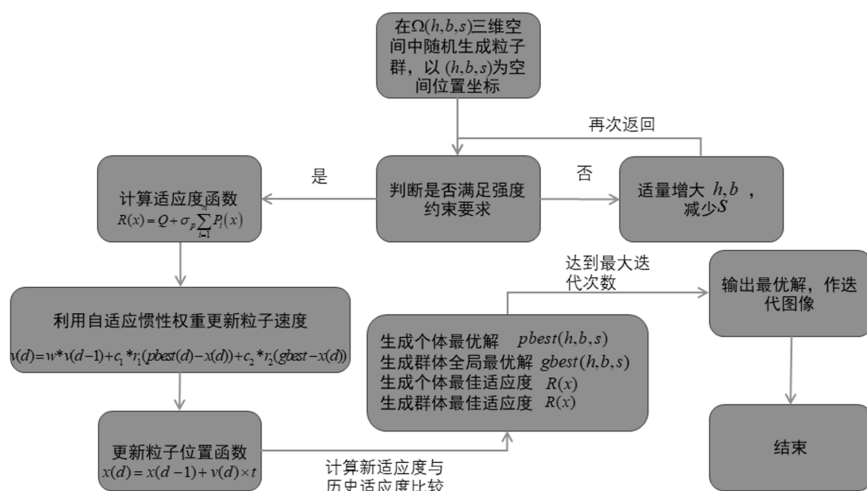


图7 智能粒子群优化算法流程图

Fig.7 Flowchart of the intelligent PSO algorithm

### 4.1 粒子群优化算法有效性验证

粒子群算法本质为搜索最优空间位置  $(h, b, s)$  以降低造价，目标函数  $R(x)$  应当收敛于一常数。

从图中看出，在历次单次均布荷载作用的弯剪

截面设计中，通过粒子群优化过程使得造价函数最终收敛于合理的常数与事实一致。以上说明改进智能粒子群优化算法具有实际意义，可以为已知外力的钢筋混凝土梁设计提供优化指导。

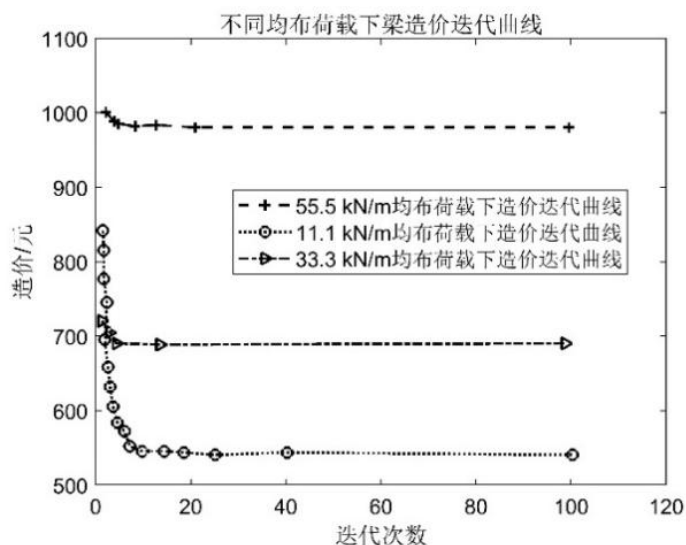


图8 迭代造价变化趋势

Fig.8 Change trend of iterative cost



### 4.2 单筋截面梁、双筋截面梁优化设计差异

从图中可以看出,初始状态外力矩较小时单筋截面梁与双筋截面梁的造价相似,而随着外力矩不

断增加达某一阈值(本文为  $100\text{ kN}\cdot\text{m}$ )时单筋梁的造价超过双筋梁,原因在于双筋截面梁在负弯矩段的钢筋抵消部分压力,而单筋梁必须增大截面高度和钢筋应用面积,使得造价升高。

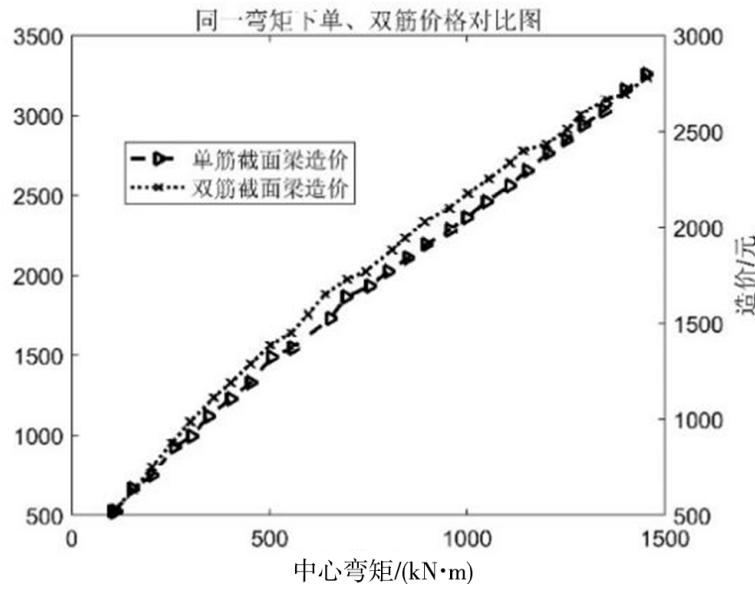


图9 不同类型梁随外力变化的造价

Fig.9 Variation of cost of different types of beams with external forces

### 4.3 纵筋面积随迭代次数变化情况

从图中可以看出,在均布荷载  $q=111\text{ kN}\cdot\text{m}$  的一次迭代下,在总造价降低的前提下,截面优化设

计方向向着增大钢筋面积的方向前进,说明在混凝土配比一定、钢筋型号一定且截面尺寸满足要求的情况下,比较经济的设计方式为增大钢筋截面积来抵抗截面弯矩。

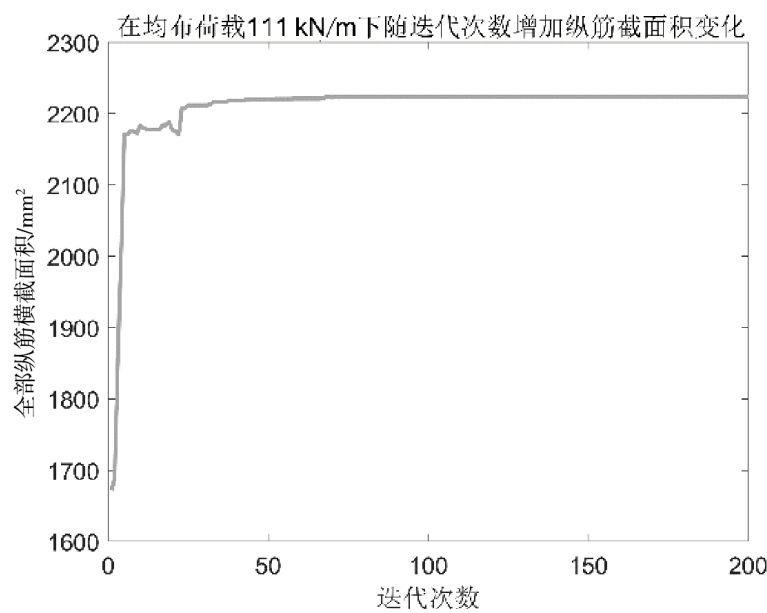


图10 在大弯矩下迭代500次纵向钢筋面积的迭代变化

Fig.10 Variation of longitudinal reinforcement area after 500 iterations under large bending moment

4.4 箍筋横截面积与箍筋间距随迭代变化情况

从图中可看出在迭代过程中，受剪钢筋混凝土梁箍筋设计优化路线向着箍筋截面面积不断变小，且箍筋间距同时变小的方向转化。所用箍筋总体积的计算公式：

$$V_{\text{箍筋体积}} = (V_u - 0.07f_cbh_0 - 0.08f_yA_{s1}*\frac{\sqrt{2}}{2})s/f_{yv}h_0*...\\(h + b - 160)*6000 + s/(D + s) \quad (11)$$

其中  $V_u$  为剪力， $D$  为箍筋直径， $s$  为箍筋间距， $(V_u - 0.07f_cbh_0 - 0.08f_yA_{s1}*\frac{\sqrt{2}}{2})s/f_{yv}h_0$  为箍筋双肢横截面积， $(h + b - 160)$  为箍筋半周长， $(6000 + s)/(D + s)$  为近似箍筋根数。不难发现总体箍筋用量简化为箍筋间距的一次函数，因此在满足构造要求的前提下应减小箍筋间距使得利润最高。

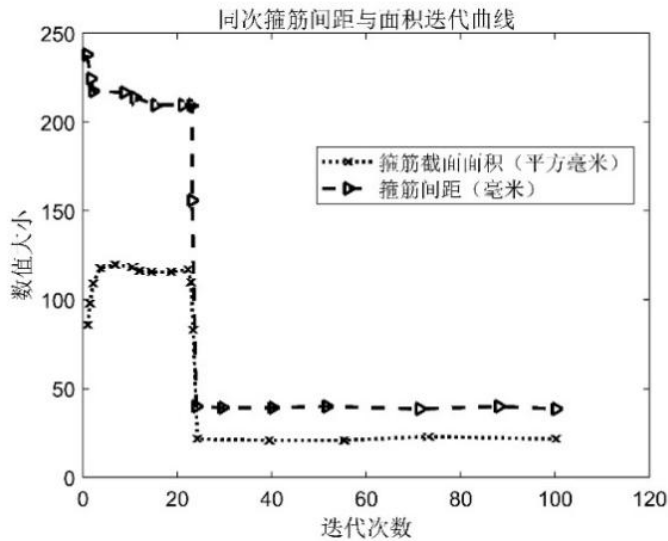


图 11 在均布荷载下箍筋横截面积与间距迭代曲线

Fig.11 Iterative curves of stirrup cross-sectional area and spacing under uniform load

4.5 改变混凝土和钢筋类型对造价的影响

下面验证在梁中心弯矩保持 300 kN·m 的前提下保持钢筋型号不变，改变混凝土和钢筋类型对

于钢筋混凝土梁的造价影响，同样利用 C25、C30 型号混凝土与 HRB400、HRB500 型钢筋进行排列组合得到不同组合下钢筋混凝土最优设计对应造价如下表所示：

表 3 同一弯矩下混凝土与纵向钢筋最终优化造价

Table 3 Final optimized cost of concrete and longitudinal reinforcement under the same bending moment

混凝土类型	钢筋类型	最优价格/(元)
C25	HRB400	1124
C25	HRB500	1068
C30	HRB400	1154
C30	HRB500	1092

从表中可以发现，在外力矩一定的前提下，保持混凝土强度不变而改变钢筋强度会使造价有一定程度降低；而保持外力矩一定时增加混凝土强度反而会造成造价升高。分析可知，在一定范

围内钢筋强度的增强能减低钢材用量，而提高钢筋标号的价格增幅有限，最终价格降低。而混凝土强度升高造成原材料价格上升，且受压区极限应力增大需要更多钢筋来平衡，因此价格升高。

## 5 结论与展望

本文通过优化设计得到如下结论:

(1)智能粒子群优化算法在历次迭代过程中均将最终造价收敛到合理的常数,说明智能粒子群优化算法对于优化弯剪构件截面设计具有指导意义。

(2)在固定均布荷载条件下(文中以 111 kN/m 为例)发现工程中最优解为在构造规范下向着减少箍筋间距,减少箍筋横截面积的方向设计,且 111 kN/m 条件下,箍筋间距为 40 mm,箍筋横截面积为 46 mm<sup>2</sup>左右为最优构造设计

(3)本文发现单纯使用高强度混凝土对于增强截面抵抗强度作用较小,在相同跨中弯矩下混凝土型号从 C25 转化成 C30 时反而使得梁造价增加。而保持其他条件不变的条件下,适当增大纵筋强度反而可以减小造价。因此受弯剪钢筋混凝土梁的实际生产中应避免过度使用高强混凝土,但在规范允许的范围内,可以适当选择高强钢筋。

(4)研究发现当外力较大时,使用双筋梁造价会低于单筋梁。

该模型未严格按照建筑模数进行优化设计,实际生产中可以考虑将优化结果与截面建筑模数相结合进行设计,在优化结果附近进行尺寸寻优,得到符合实际工程需要的构件类型与尺寸。总之,钢筋混凝土优化设计不仅在当下具有重大意义,同时是未来不可或缺的发展方向。

## 参考文献

- [1] 曾彬峻,李文兴. 钢筋混凝土梁的优化设计[J]. 武汉工程大学学报,2012,34(08):50-53.
- [2] 谢军,林书钦,庞博蕾,等. 钢筋混凝土框架结构优化的萤火虫算法[J]. 河北建筑工程学院学报,2023,41(04):1-8.
- [3] 王禄锋,刘界鹏,程国忠,等. 剪力墙结构生成式设计 with 智能优化[J]. 建筑结构学报,2024,45(7):22-30
- [4] 全鲁美. 旬阳水电站工程混凝土配合比优化设计及应用[J]. 陕西水利,2021(05):182-185.
- [5] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[C]// Proceedings of ICNN'95-International Conference on Neural Networks. Perth, WA, Australia: IEEE, 1995.
- [6] Shi Y, Eberhart R C. Empirical Study of Particle Swarm Optimization[C]// Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation. Washington DC: IEEE, 1999.
- [7] 李爱群. 混凝土结构设计原理(上册)[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2020.
- [8] Cao Q C, Cheng G H, Moreau E. The joint eigenvalue decomposition algorithm based on first-order Taylor expansion via the exterior penalty function method[J]. Signal Processing, 2022(200):108644