

廖宁, 陈太聪. 含分数阶阻尼器结构地震响应的直接数值求解[J]. 华南地震, 2021, 41(2): 105–112. [LIAO Ning, CHEN Taicong. Direct Numerical Solution of Seismic Response of Structures with Fractional Dampers[J]. South China journal of seismology, 2021, 41(2): 105–112]

含分数阶阻尼器结构地震响应的直接数值求解

廖宁¹, 陈太聪^{1,2}

(1. 华南理工大学 土木与交通学院, 广州 510640; 2. 亚热带建筑科学国家重点实验室, 广州 510640)

摘要: 分数阶导数模型可以全面地反映粘弹性阻尼器的力学性能和变化机制, 但其中的 Riemann–Liouville 积分复杂, 给减震结构的动力响应求解带来一定的困难。传统分析方法仅考虑结构基频的影响, 通过等效刚度和等效阻尼简化结构响应计算, 计算结果精度有限。针对含分数阶导数粘弹性阻尼器的减震结构, 通过引入 Caputo 分数阶导数及相关高阶预估–校正技术, 提出一种高精度的动力响应直接数值解法。通过多层结构算例, 检验本文算法的有效性, 对比考察了传统等效方法在不同简谐激励及 El Centro 地震波作用下的相关计算偏差。

关键词: 粘弹性阻尼器; 分数阶导数; Riemann–Liouville 积分; Caputo 导数; 预估–校正法

中图分类号: O328

文献标志码: A

文章编号: 1001–8662(2021)02–0105–08

DOI: 10.13512/j.hndz.2021.02.15

Direct Numerical Solution of Seismic Response of Structures with Fractional Dampers

LIAO Ning¹, CHEN Taicong^{1,2}

(1. *South China University of Technology, School of Civil Engineering and Transportation, Guangzhou 510640, China;* 2. *State Key Laboratory of Subtropical Building Science, Guangzhou 510640, China*)

Abstract: The fractional derivative model can fully represent the mechanical properties and the changing mechanism of viscoelastic dampers, however, the Riemann–Liouville integral involved is complex, which brings difficulties to the solution of dynamic structural responses. The conventional method often takes the fundamental natural frequency of the structure into account to obtain the equivalent stiffness and damping provided by the damper, which can simplify the solution while provides results with limited accuracy. In this paper, a high–precision numerical method to directly solve dynamic responses is proposed by introducing the Caputo fractional derivative and a corresponding high–order predictor–corrector algorithm. The effectiveness of the proposed method is verified via a numerical example of a multi–story structure, and comparisons with the conventional equivalent method are carried out to identify the relative errors of dynamic responses under different harmonic excitations and the El Centro seismic wave.

收稿日期: 2020–10–12

基金项目: 亚热带建筑科学国家重点实验项目(2017KB13)

作者简介: 廖宁(1995–), 男, 硕士研究生, 主要从事结构振动与控制研究。

通信作者: 陈太聪(1977–), 男, 博士, 副教授, 主要从事结构振动与控制研究。

E-mail: cvchenc@scut.edu.cn

Keywords: Viscoelastic damper; Fractional derivative; Riemann–Liouville integral; Caputo derivative; Predictor–corrector method

0 引言

粘弹性阻尼器作为一种被动耗能装置,目前广泛应用于耗能减震工程中^[1-2]。众多学者经过大量实验研究发现^[3-5],温度、频率、应变幅值和加载循环次数是影响粘弹性材料力学性能的主要因素。在实际地震工程中,由于地震激励的持时短暂,阻尼器的温度变化不大,地震峰值加速度的出现次数较少,因此,温度、应变幅值与加载循环次数对阻尼器的影响不显著,频率成为粘弹性阻尼器在实际地震工程应用中主要考虑的影响因素^[3]。

在粘弹性阻尼器的众多本构模型中,分数阶导数模型可以较为精确合理地描述阻尼器的力学性能,但其中的 Riemann–Liouville 积分复杂,给减震结构的动力响应求解带来一定的困难。在实际工程应用中,通常只根据结构基频,近似粘弹性阻尼器的等效刚度与等效阻尼,进而简化求解结构动力响应^[6-7]。然而结构存在多阶自振频率,传统方法忽略了结构高阶自振频率对阻尼器带来的影响,导致速度和加速度等高阶效应较大的响应精度较低。与此同时,粘弹性阻尼器的加入会改变结构的刚度分布及相应自振频率,只采用结构原始基频计算粘弹性阻尼器的参数也可能导致一定误差。另一方面,在实际地震中,地震激励存在多个激励主频,当结构基频与地震激励主频相差较大时,也可能造成计算结果与实际结果有较大出入。

本文基于分数阶导数模型,建立含粘弹性阻尼器的减震结构的运动方程,通过引入 Caputo 分数阶导数及相关高阶预估–校正计算技术,提出一种高精度的动力时程响应直接数值解法。通过多层结构算例,检验本文算法的有效性,考察传统等效方法在不同简谐激励及 El Centro 地震波作用下的相关计算偏差。

1 分数阶导数本构模型

在众多的粘弹性阻尼器本构模型中^[8-11],分数阶导数模型^[11]能较好地描述频率、应变幅值对粘弹性阻尼器性能的影响规律,并采用温频等效原则

反映了温度所带来的影响,应用起来较为精确合理。分数阶导数的应力–应变关系表示如下^[6]:

$$\tau(t) + aD^\delta\tau(t) = G[\gamma(t) + bD^\delta\gamma(t)] \quad (1)$$

式(1)中, $\tau(t)$ 和 $\gamma(t)$ 分别为粘弹性材料的剪应力和剪应变; G 为材料弹性参数; $D^\delta = d^\delta/dt^\delta$ 为分数导数算子; δ 为分数导数的阶次, $0 < \delta < 1$; a 、 b 为温频等效参数, $a = a_{\text{ref}}/c^\delta$, $b = b_{\text{ref}}/c^\delta$; a_{ref} 、 b_{ref} 为在参考温度 T_{ref} 下的参数 a 、 b 值; $c = T/T_{\text{ref}}$ 为温频转换系数; T 为温度; θ 为粘弹性阻尼器常数。

$D^\delta_\tau(t)$ 和 $D^\delta_\gamma(t)$ 采用 Riemann–Liouville 积分分别定义如下:

$$D^\delta_\tau(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\delta)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{\tau(\xi)}{(t-\xi)^\delta} d\xi \quad (2)$$

$$D^\delta_\gamma(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\delta)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{\gamma(\xi)}{(t-\xi)^\delta} d\xi \quad (3)$$

在简谐激励作用下,以上公式经过复频域变换及相关推导,可得到阻尼器的储能剪切模量 G' 和损耗剪切模量 G'' 分别为^[12]:

$$G'(\omega) = G \frac{1 + ab\omega^{2\delta} + (a+b)\omega^\delta \cos(\delta\pi/2)}{1 + a^2\omega^{2\delta} + 2a\omega^\delta \cos(\delta\pi/2)} \quad (4)$$

$$G''(\omega) = G \frac{(-a+b)\omega^\delta \sin(\delta\pi/2)}{1 + a^2\omega^{2\delta} + 2a\omega^\delta \cos(\delta\pi/2)} \quad (5)$$

式(4)、(5)中, ω 为激励频率。

2 恢复力的等效刚度与等效阻尼模型

根据粘弹性阻尼器性能的频率相关性,在频率为 ω 的简谐荷载作用下,Soong 提出以等效刚度和等效阻尼计算阻尼器的恢复力^[6]:

$$f(t) = k_d(\omega)x_d + c_d(\omega)\dot{x}_d \quad (6)$$

$$k_d(\omega) = \frac{AG'(\omega)}{h} \quad (7)$$

$$c_d(\omega) = \frac{AG''(\omega)}{\omega h} \quad (8)$$

式(6)、(7)中, f 为粘弹性阻尼器提供的阻尼力; x_d 、 \dot{x}_d 分别为阻尼器两端的相对位移与相对速度; $k_d(\omega)$ 、 $c_d(\omega)$ 分别为阻尼器的等效刚度与等效阻尼; A 、 h 分别为粘弹性阻尼器的有效面积与厚度。

在一般动力荷载作用下,传统算法考虑结构基频响应的主要影响,根据结构基频计算粘弹性阻尼器的等效刚度与等效阻尼,再由更新后的结构运动方程,求解减震结构的动力响应^[7]。该法简

单方便,易于工程实现,但计算结果存在一定的近似性。要获得高精度的计算结果,仍需要从包含粘弹性阻尼器本构模型的减震结构完备运动方程出发,探讨基本方程的直接数值求解方法。

3 多层减震结构运动方程

一般性,包含层间粘弹性阻尼器的多层减震结构模型如图1所示。在地震激励 $\ddot{x}_g(t)$ 作用下,其运动方程为:

$$M\ddot{X}+C\dot{X}+KX+\Lambda F=-M\Phi\ddot{x}_g(t) \quad (9)$$

式中,

$$X=[x_1 \ x_2 \ \cdots x_n]^T \quad (10)$$

$$F=[f_1 \ f_2 \ \cdots f_n]^T \quad (11)$$

其中, x_i 、 \dot{x}_i 、 \ddot{x}_i ($i=1,2,\cdots,n$) 分别为第 i 层结构的位移、速度与加速度; m_i 、 k_i 分别为第 i 层结构的质量、刚度系数; C 为结构的阻尼矩阵; f_i 为第 i 层粘弹性阻尼器的恢复力; Λ 与 Φ 分别为阻尼器恢复力与外激励的定位矩阵。

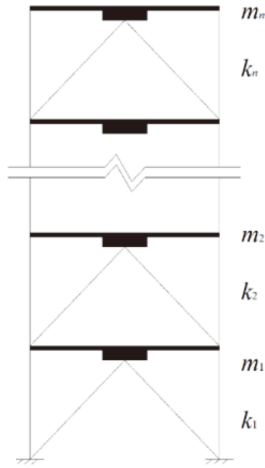


图1 n层结构模型图

Fig. 1 Model diagram of an n-story structure

根据式(1)定义的应力-应变关系,可建立第 i 层粘弹性阻尼器的恢复力与各层位移的关系为^[12]:

$$f_i(t)+aD_t^\delta f_i(t)=k[x_i(t)-x_{i-1}(t)]+k'bD_t^\delta[x_i(t)-x_{i-1}(t)] \quad (12)$$

式中, $k'=GA/h$ 。

4 运动方程的直接数值求解

由前述可知,要获得减震结构的动力响应,需要联立式(9)与式(12)进行求解。其中,为了方便进行两组方程间的迭代计算,本文将式(12)改

写为:

$$f_i(t)=-aD_t^\delta f_i(t)+k[x_i(t)-x_{i-1}(t)]+k'bD_t^\delta[x_i(t)-x_{i-1}(t)] \quad (13)$$

由式(2)和(3)所示的分数阶导数定义可见,式(13)中包含有两项 Riemann-Liouville 积分,不易计算,因此给减震结构的动力响应计算造成了较大困难。

在数学分析中,与时间相关的分数阶导数除了 Riemann-Liouville 定义,还可采用 Caputo 定义。后者可以选择和整数阶导数问题相同的初始条件^[13],为相关动力方程的求解提供了极大的便利。当满足条件 $0<\delta<1$ 时, Riemann-Liouville 分数阶导数与 Caputo 分数阶导数间存在以下转换关系^[14]:

$${}^{\text{RL}}_s D_t^\delta f(t)={}_s^c D_t^\delta f(t)+\frac{t^{-\delta}}{\Gamma(1-\delta)}f(s) \quad (14)$$

式中, ${}^{\text{RL}}_s D_t^\delta f$ 为 Riemann-Liouville 分数阶导数算子; ${}_s^c D_t^\delta$ 为 Caputo 分数阶导数算子; $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数; t 与 s 分别为积分上、下限,且满足 $s<t$,本文中 $s=0$ 。

关于 Caputo 分数阶导数的数值求解,有多种方法可使用^[15]。其中,本文为了提高迭代效率,采用一种高阶预估-校正算法,Adams-Moulton 法^[16],对式(14)中 Caputo 分数阶导数进行求解。该方法是一种隐式多步线性法,可视为传统隐式方法与预估校正技术的结合,既保留了隐式方法的强稳定性和精确性,又具有预估-校正技术易于实现的特点,有效弥补了各自的不足。其相关计算公式为:

$${}_s^c D_t^\delta f(t_p)=\frac{\Delta t^{1-\delta}}{\Gamma(3-\delta)}\sum_{j=0}^p q_{j,p} D_t^1 f(t_j) \quad (15)$$

式中, Δt 为离散时间步长; $p=[0,1,2,\cdots,N]$, N 为全计算时长的总离散步数; $q_{j,p}$ 取值如下:

当 $j=0$ 时,

$$q_{j,p}=(p-1)^{2-\delta}-p^{1-\delta}(p+\delta-2)$$

当 $0<j<p$ 时,

$$q_{j,p}=(p-j-1)^{2-\delta}-2(p-j)^{2-\delta}+(p-j+1)^{2-\delta}$$

当 $j=p$ 时,

$$q_{j,p}=1$$

式(15)中的 $D_t^1 f(t_j)$ 为阻尼力的一阶导数,可以由 $[f(t_j)-f(t_{j-1})]/\Delta t$ 近似计算。

需要说明的是,式(13)中的 $D_t^\delta[x_i(t)-x_{i-1}(t)]$ 也采用与式(15)一致的计算公式进行求解,但其中的相对位移的一阶导数精确等于相对速度,无需进行一阶差分近似。

在对减震结构的动力响应进行逐时刻求解时,

在在每一时刻均需结合式(13)~(15)，根据假设位移和速度，计算阻尼器恢复力，继而代入方程式(9)，更新求解位移和速度响应，再回代入式(13)~(15)，更新求解阻尼器恢复力；如此往复迭代，待本时刻的阻尼器恢复力、结构位移和速度响应迭代收敛后，即可进入下一时刻的计算。

5 多层减震结构算例

为检验本文算法的有效性，取图 1 所示的 10 层钢框架结构进行数值分析。结构各层的层质量和层间刚度分别取为 $m_i=8\times10^5\text{ kg}$ 和 $k_i=2\times10^8\text{ N/m}$ ($i=1,2,\cdots,10$)。结构阻尼矩阵取为 $C=0.0785\text{ M}+0.0029\text{ K}$ 。各层安装的粘弹性阻尼器均相同，面积 $A=0.0976\text{ m}^2$ ，厚度 $h=0.0635\text{ m}$ ，弹性参数 $G=2.5\times10^6$ 。在外荷载作用的短时间内，可认为粘弹性阻尼器处于恒温工作状态， a 、 b 分别取为 0.0347 和 4.16，分数导数阶次 $\delta=0.71^{[17]}$ 。

通过模态分析，已知结构在未加粘弹性阻尼器之前的各阶自振频率分别为 2.3632 rad/s、7.0367 rad/s、11.5531 rad/s、15.8114 rad/s、19.7165 rad/s、23.1811 rad/s、26.1280 rad/s、28.4911 rad/s、30.2179 rad/s、31.2696 rad/s。

5.1 简谐激励作用

为研究在不同频率的简谐激励下，传统等效算法与本文算法的差别，分别输入 2 组不同频率的简谐地面加速度激励：

$$\ddot{x}_g=2\sin(\omega_g t) \tag{16}$$

其中， ω_g 分别取为 2.5 rad/s 与 15 rad/s。激励时长取为 30 s，离散时间步长为 0.02 s。

由于本文方法采用 Adams–Moulton 技术进行分数阶导数的近似计算，因此，本文方法的计算精度与离散时间步长有关，表中分别采用 0.02 s 和 0.01 s 两种时间步长进行计算，以此评估求解精度。

在两组不同的简谐波激励下，分别采用传统等效方法与本文直接算法求解结构响应，对比结果列于表 1 和表 2 中，第 1 层和第 10 层结构响应的相平面图如图 2、图 3 所示。

由表 1 和表 2 所列结果及图 2、图 3 可见：

(1)两种时间步长下的三种响应计算结果基本一致，表明本文算法具有良好的稳定性与求解精度；

(2)当外激励频率较低，接近结构自振基频时，由传统算法所得的各层响应结果，相对于本文算法所得结果的偏差不大，三种响应的偏差均小于 3%，图 2 所示的两种方法的相平面曲线基本一致；

(3)当外激励频率远大于结构自振基频时，由传统算法所得的各层响应结果，相对于本文算法所得结果的偏差较大，其中位移最大偏差接近 8%，速度最大偏差接近 16%，加速度最大偏差接近 23%，图 3 所示的两种方法的相平面曲线差别较大。

表 1 简谐激励 ($\omega_g=2.5\text{ rad/s}$) 作用下的结构各层最大响应结果

Table 1 Maximum response results of each floor of the structure under harmonic excitation ($\omega_g=2.5\text{ rad/s}$)

层数	最大位移/m				最大速度/($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)				最大加速度/($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)			
	本文算法 (0.01 s)	本文算法 (0.02 s)	传统算法 (0.02 s)	偏差 (%)	本文算法 (0.01 s)	本文算法 (0.02 s)	传统算法 (0.02 s)	偏差 (%)	本文算法 (0.01 s)	本文算法 (0.02 s)	传统算法 (0.02 s)	偏差 (%)
1	0.3918	0.3917	0.3998	2.07	0.9796	0.9795	0.9995	2.04	2.4481	2.4481	2.4989	2.08
2	0.7749	0.7747	0.7914	2.16	1.9374	1.9371	1.9787	2.15	4.8415	4.8419	4.9463	2.16
3	1.1407	1.1405	1.1657	2.21	2.8521	2.8512	2.9153	2.25	7.1272	7.1278	7.2871	2.23
4	1.4811	1.4808	1.5144	2.27	3.7031	3.7020	3.7876	2.31	9.2537	9.2545	9.4675	2.30
5	1.7884	1.7880	1.8297	2.33	4.4713	4.4706	4.5759	2.36	11.1733	11.1743	11.4377	2.36
6	2.0557	2.0552	2.1043	2.39	5.1398	5.1394	5.2622	2.39	12.8435	12.8444	13.1529	2.40
7	2.2772	2.2765	2.3319	2.43	5.6932	5.6933	5.8309	2.42	14.2276	14.2275	14.5741	2.44
8	2.4478	2.4469	2.5073	2.47	6.1198	6.1199	6.2691	2.44	15.2937	15.2927	15.6697	2.47
9	2.5637	2.5627	2.6264	2.49	6.4097	6.4098	6.5669	2.45	16.0179	16.0163	16.4145	2.49
10	2.6222	2.6212	2.6867	2.50	6.5563	6.5564	6.7175	2.46	16.3839	16.3822	16.7912	2.50

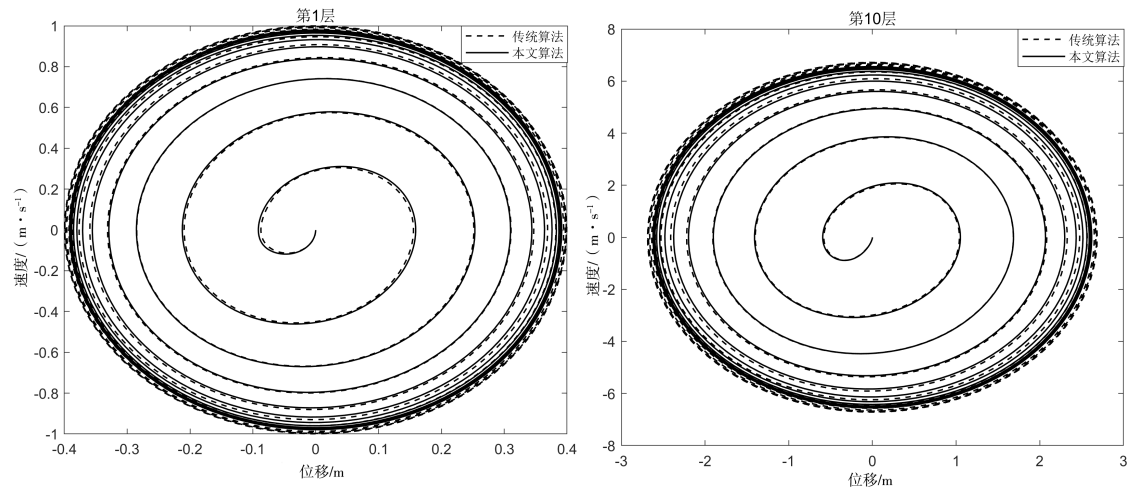


图 2 简谐激励($\omega_g=2.5$ rad/s)作用下第 1 层和第 10 层结构响应相平面

Fig.2 Phase plane of structural responses at the first and tenth stories under harmonic excitation($\omega_g=2.5$ rad/s)

表 2 简谐激励 ($\omega_g=15$ rad/s) 作用下的结构各层最大响应结果

Table 2 Maximum response results of each floor of the structure under harmonic excitation ($\omega_g=15$ rad/s)

层数	最大位移/m				最大速度/(m·s ⁻¹)				最大加速度/(m·s ⁻²)			
	本文算法 (0.01 s)	本文算法 (0.02 s)	传统算法 (0.02 s)	偏差 (%)	本文算法 (0.01 s)	本文算法 (0.02 s)	传统算法 (0.02 s)	偏差 (%)	本文算法 (0.01 s)	本文算法 (0.02 s)	传统算法 (0.02 s)	偏差 (%)
1	0.0147	0.0146	0.0152	4.11	0.1393	0.1381	0.1371	-0.72	1.6900	1.6877	1.8075	7.10
2	0.0274	0.0271	0.0282	4.06	0.2464	0.2451	0.2593	5.79	2.9278	2.9184	3.2044	9.80
3	0.0376	0.0373	0.0381	2.14	0.3022	0.3010	0.3400	12.96	3.4830	3.4799	3.9548	13.65
4	0.0454	0.0450	0.0446	-0.89	0.3048	0.3034	0.3509	15.66	3.3054	3.3030	3.9326	19.06
5	0.0506	0.0505	0.0485	-3.96	0.2707	0.2702	0.2819	4.33	2.8803	2.8594	3.0444	6.47
6	0.0551	0.0546	0.0507	-7.14	0.2633	0.2608	0.2550	-2.22	2.4482	2.4416	2.2534	-7.71
7	0.0596	0.0591	0.0548	-7.28	0.2639	0.2613	0.2559	-2.07	2.1745	2.1777	2.1117	-3.03
8	0.0662	0.0658	0.0657	-0.15	0.2640	0.2614	0.2564	-1.91	2.0541	2.0594	2.1242	3.15
9	0.0731	0.0727	0.0746	2.61	0.2640	0.2614	0.2777	6.24	2.5147	2.5069	2.9815	18.93
10	0.0775	0.0769	0.0795	3.38	0.2976	0.2967	0.3422	15.34	3.0728	3.0697	3.7588	22.45

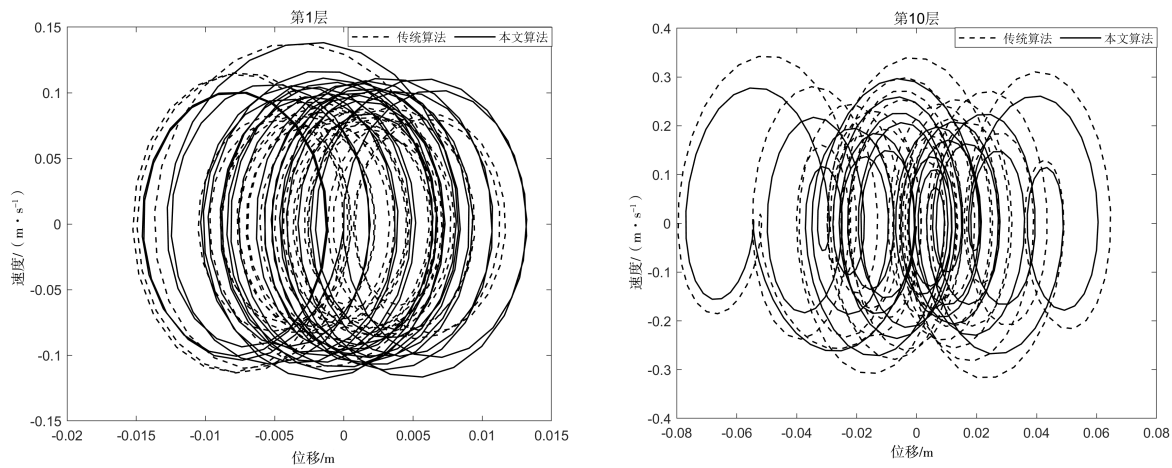


图 3 简谐激励($\omega_g=15$ rad/s)作用下第 1 层和第 10 层结构响应相平面

Fig.3 Phase plane of structural responses at the first and tenth stories under harmonic excitation($\omega_g=15$ rad/s)

5.2 地震激励作用

在实际地震工程中，地震激励包含的频率成分较为复杂，结构响应是多个频率作用的综合结果。此处以 El Centro(NS,1940)地震波为例，取地震动峰值加速度为 200 Gal，采用传统算法和本文算法求解结构响应，相关结果如表 3 所示，另外在图 4、图 5 中给出了第 1 层、第 10 层结构三种响应的前 10 s 时程（包含最大响应）对比，图 6 则给出了相应的响应相平面。

由表 3 可见，在两种时间步长下，本文算法所得三种响应计算结果仍基本保持一致。在实际

地震激励下，传统算法相对于本文算法的偏差较大，其中位移最大偏差接近 10%，速度最大偏差接近 16%，加速度最大偏差接近 19%。由图 4 和图 5 的时程结果也可见，传统算法与本文算法的位移结果趋势接近，峰值略有区别；而速度和加速度结果的趋势和峰值均有较明显差别。图 6 所示相平面也表明传统算法与本文算法结果存在较大偏差。

由此可见，在实际地震工程应用中，地震激励的多个频率成分对粘弹性阻尼器的性能影响不容忽视，高精度的结构响应结果可采用本文算法获得，相对地传统等效算法可用于定性分析参考。

表 3 El Centro 地震波作用下的结构各层最大响应结果
Table 3 Maximum response results of each floor of the structure under the El Centro seismic wave

层数	最大位移/m				最大速度/(m·s ⁻¹)				最大加速度/(m·s ⁻²)			
	本文算法 (0.01 s)	本文算法 (0.02 s)	传统算法 (0.02 s)	偏差 (%)	本文算法 (0.01 s)	本文算法 (0.02 s)	传统算法 (0.02 s)	偏差 (%)	本文算法 (0.01 s)	本文算法 (0.02 s)	传统算法 (0.02 s)	偏差 (%)
1	0.0244	0.0243	0.0264	8.64	0.0961	0.0953	0.1088	14.17	2.4632	2.4600	2.7404	11.40
2	0.0488	0.0484	0.0528	9.09	0.1823	0.1814	0.2089	15.16	2.9327	2.9237	3.0895	5.67
3	0.0725	0.0720	0.0781	8.47	0.2658	0.2648	0.3063	15.67	2.5788	2.5766	2.6086	1.24
4	0.0954	0.0946	0.1001	5.81	0.3497	0.3481	0.4000	14.91	2.1604	2.1589	2.5574	18.46
5	0.1167	0.1164	0.1185	1.80	0.4163	0.4156	0.4650	11.89	2.4003	2.3837	2.7878	16.95
6	0.1387	0.1374	0.1353	-1.53	0.4584	0.4542	0.4989	9.84	2.4914	2.4850	2.9425	18.41
7	0.1582	0.1569	0.1546	-1.47	0.4684	0.4640	0.5016	8.10	2.3488	2.3521	2.5278	7.47
8	0.1737	0.1728	0.1732	0.23	0.4875	0.4829	0.4670	-3.29	2.3165	2.3221	2.5489	9.77
9	0.1852	0.1841	0.1870	1.58	0.5079	0.5031	0.4561	-9.34	2.5353	2.5279	2.6923	6.50
10	0.1913	0.1899	0.1942	2.26	0.5181	0.5166	0.4823	-6.64	2.6535	2.6510	2.8508	7.54

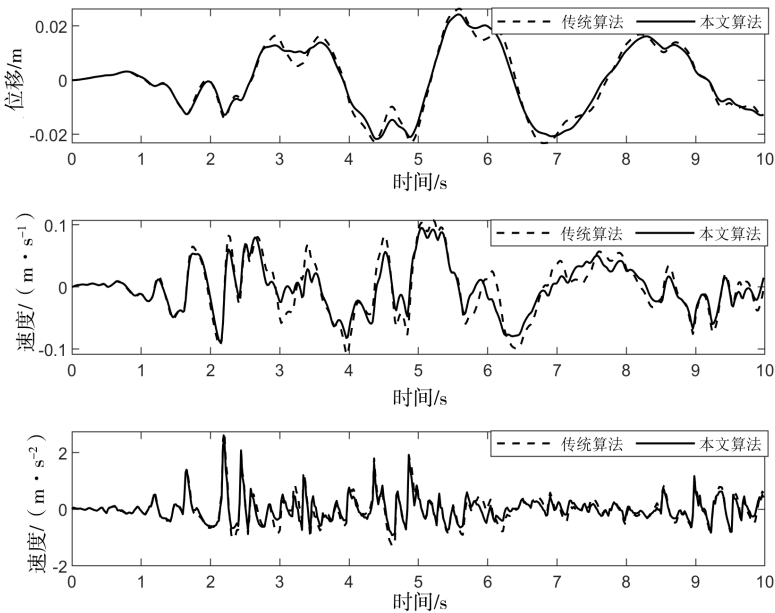


图 4 El Centro 地震波作用下结构第 1 层响应时程
Fig.4 Response time history of the first floor of the structure under the El Centro seismic wave

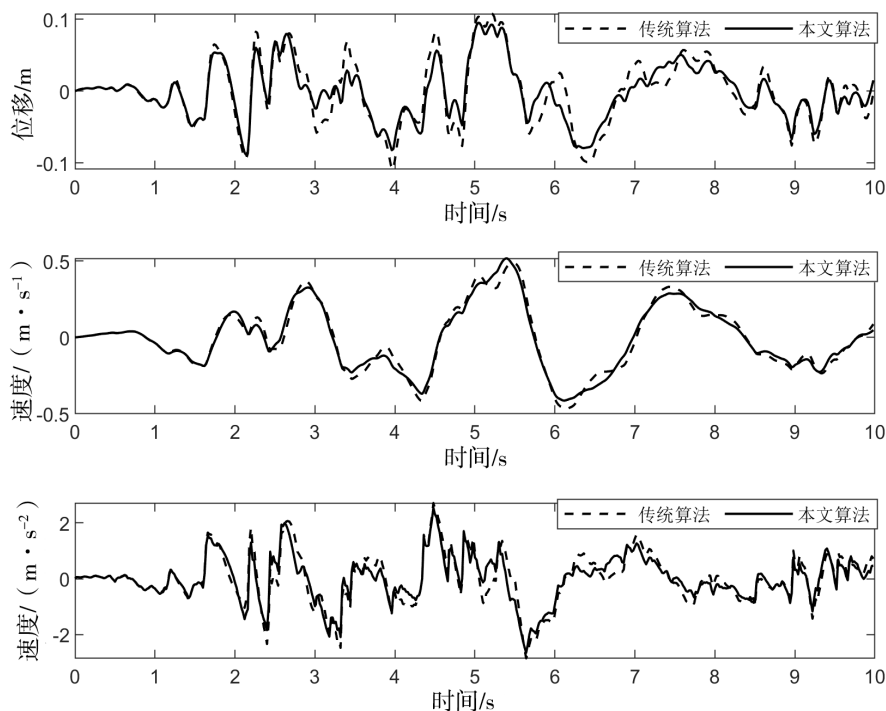


图5 El Centro 地震波作用下结构第10层响应时程

Fig.5 Response time history of the tenth floor of the structure under the El Centro seismic wave

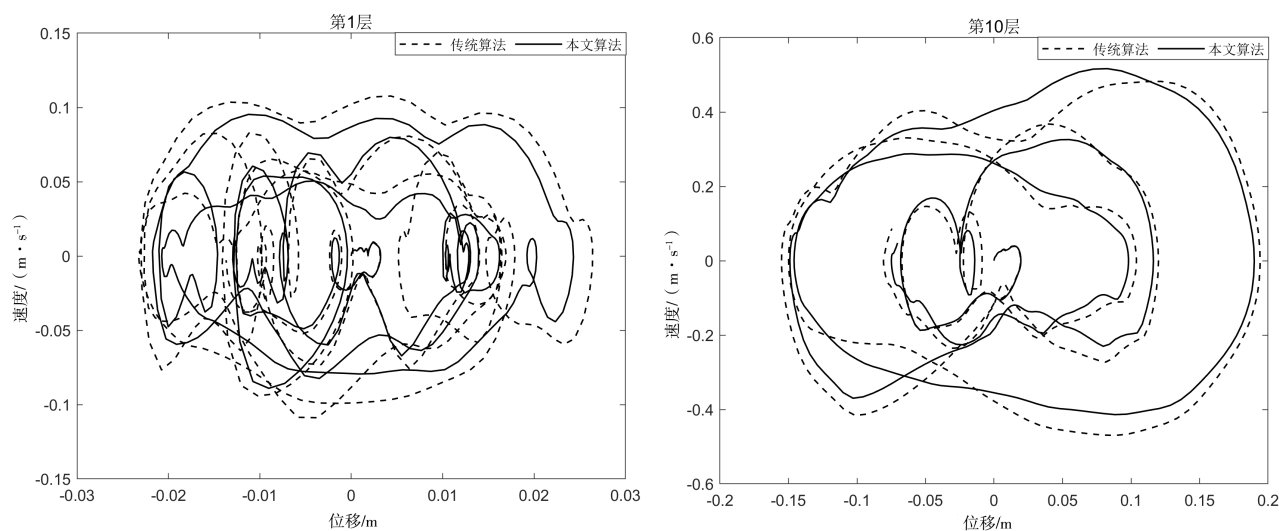


图6 El Centro 地震波作用下第1层和第10层结构响应相平面

Fig.6 Phase plane of structural responses at the first and tenth stories under the El Centro seismic wave

6 结论

分数阶导数模型可以较为精确合理地描述阻尼器的力学性能,但其中的 Riemann-Liouville 积分复杂,求解困难,一定程度上限制了该模型的广泛运用。而传统算法只根据结构基频,近似粘弹性阻尼器的等效刚度与等效阻尼,简化求解结构动力响应,忽略了结构高阶自振频率对阻尼器带来的影响,导致其计算精度不足。

本文针对含有分数阶导数模型的粘弹性阻尼器减震结构的运动方程,通过引入 Caputo 分数阶导数及 Adams-Moulton 求解技术,提出一种高精度的动力时程响应直接数值解法,方法计算思路简单,易于实现,求解精度高,稳定性好。本文直接算法对于外激励没有特殊要求,适用于任意激励情况的求解,可为有精密控制需求的含粘弹性阻尼器减震结构的动力响应提供高精度的计算结果。

参考文献

- [1] 王烨华,周云,丁鲲. 粘弹性阻尼减震结构研究与应用的新进展[J]. 防灾减灾工程学报,2006,26(1):109-121.
- [2] Pan P, Ye L P, Shi W, et al. Engineering practice of seismic isolation and energy dissipation structures in China [J]. Science China Technological Sciences,2012,55(11): 3036-3046.
- [3] Chang K C, Lai M L, Soong T T, et al. Seismic behavior and design guidelines for steel frame structures with added viscoelastic damper [R]. Buffalo, NY: National Center for Earthquake Engineering Research,1993.
- [4] 邹向阳,欧进萍. 粘弹性耗能器的性能与结构减振试验研究[J]. 振动工程学报,1999,12(2):237-243.
- [5] 魏春彤,赵森林,裴星洙. 谐振作用下粘弹性阻尼器影响因素的数值分析[J]. 江苏科技大学学报(自然科学版), 2015,29(4):392-398.
- [6] 周云.粘弹性阻尼减震结构设计[M]. 武汉:武汉理工大学出版社,2006.
- [7] Ou J P, Long X, Li Q S. Seismic response analysis of structures with velocity-dependent dampers[J]. Journal of Constructional Steel Research,2006,63(5):628-638.
- [8] 黄兴淮,徐赵东,贺泽峰,等. 黏弹性材料等效标准固体模型的时域延拓方法[J]. 东南大学学报(自然科学版),2019,49(3):440-445.
- [9] Tsai C S. Temperature effect of viscoelastic dampers during earthquakes[J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1994,120(2):394-409.
- [10] 徐业守,徐赵东,葛腾,等. 黏弹性材料等效分数阶微观结构标准线性固体模型[J]. 力学学报,2017,49(5): 1059-1069.
- [11] 张晓棣,陈文. 三种分形和分数阶导数阻尼振动模型的比较研究[J]. 固体力学学报,2009,30(5):496-503.
- [12] Fu Y M, Kasai K. Comparative study of frames using viscoelastic and viscous dampers[J]. Journal of Structural Engineering, ASCE,1998,124(5):513-522.
- [13] 林孔容. 关于分数阶导数的几种不同定义的分析与比较[J]. 闽江学院学报,2003,24(5):3-6.
- [14] 李亚杰,吴志强,章国齐. 基于 Caputo 导数的分数阶非线性振动系统响应计算[J]. 计算力学学报,2018,35(4):466-472.
- [15] Zeng F H, Turner I, Burrage K. A stable fast time-stepping method for fractional integral and derivative operators[J]. Journal of Scientific Computing,2018,77(1): 283-307.
- [16] Galeone L, Garrappa R. Fractional Adams - Moulton methods [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2008,79(4):1358 - 1367.
- [17] Tzan S R, Pantelides C P. Hybrid structural control using viscoelastic dampers and active control systems[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1994,23(12):1369 - 1388.