

王远良, 谭平, 陈节作. 卡尔曼滤波在超高层结构变形监测中的应用[J]. 华南地震, 2018, 38 (2): 101-106. [WANG Yuanliang, TAN Ping, CHEN Jiezu. Application of Kalman Filter in Deformation Monitoring of Super High-rise Structure [J]. South China journal of seismology, 2018, 38 (2): 101-106]

## 卡尔曼滤波在超高层结构变形监测中的应用

王远良<sup>1,2</sup>, 谭平<sup>1,2</sup>, 陈节作<sup>1,2</sup>

((1. 广州大学工程抗震研究中心, 广州 510405; 2. 广东省地震工程与应用技术重点实验室, 广州 510405))

**摘要:** 卡尔曼滤波方法是一种有效的滤波方法, 而且具有强大的预测功能, 目前尚未见其应用于超高层结构变形监测, 本文提出将卡尔曼滤波原理应用于超高层结构变形监测的方法, 编写了相关程序, 并比较了 $\alpha$ - $\beta$ 模型与 $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 模型的滤波效果与短期预测精度。为了验证卡尔曼滤波方法的有效性, 本文将其应用于南宁某在建超高层结构水平位移的监测与分析。研究结果表明:  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 模型的卡尔曼滤波方法能够有效去除该超高层结构水平位移监测数据中包含的噪声, 滤波后的曲线较原曲线更平滑, 曲线变化规律更明显, 是适用于超高层结构变形监测数据处理的有效方法; 该方法短期预测精度较高, 其对超高层结构变形趋势的预测具有较大的参考价值。

**关键词:** 超高层; 变形监测; 卡尔曼滤波; 预测

中图分类号: TN713; TU974 文献标志码: A 文章编号: 1001-8662(2018)02-0101-06

DOI: 10.13512/j.hndz.2018.02.015

## Application of Kalman Filter in Deformation Monitoring of Super High-rise Structure

WANG Yuanliang<sup>1,2</sup>, TAN Ping<sup>1,2</sup>, CHEN Jiezu<sup>1,2</sup>

(1. Earthquake Engineering Research & Test Center, Guangzhou University, Guangzhou 10405, China;

2. Key Laboratory of Earthquake Engineering and Applied Technology in Guangdong Province, Guangzhou 510405, China)

**Abstract:** Kalman filter method is an effective filtering and prediction method, with powerful predictive capabilities, which has not been employed into deformation monitoring of super-high-rise structure yet. This paper presents the procedure of applying the Kalman filter principle to deformation monitoring of super high-rise structure. Both  $\alpha$ - $\beta$  model and  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  model are compared in the filter effect and short-term prediction accuracy. In order to investigate the effectiveness of Kalman filter method, this method is applied to the horizontal displacement monitoring of a certain super high-rise structure under construction in Nanning, Guangxi. Research results show that the  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  model of Kalman filter can more effectively remove the noise contained in

收稿日期: 2017-12-25

基金项目: 广州市高校“羊城学者”首席科学家(1201541630)

作者简介: 王远良(1991-), 男, 硕士研究生, 主要从事结构监测与分析研究。E-mail: yliang21@sina.cn.

通讯作者: 谭平(1973-), 男, 研究员, 博导, 主要从事工程抗震与减震控制研究。E-mail: ptan@gzhu.edu.cn.

the horizontal displacement monitoring data of the super high-rise structure, and the filtered curve is smoother than the original curve. The Kalman filter method is an effective method of data processing that adapts to deformation monitoring of super high-rise structure. In addition, this Kalman filter method possesses higher accuracy in short-term prediction, which has great reference value for the prediction of structural deformation trend.

**Keywords:** Super high-rise; Deformation monitoring; Kalman filter; Prediction

## 0 引言

随着经济的快速发展,超高层建筑的建设速度达到了前所未有的高度,2017 年全球共有 144 栋 200 m 以上的超高层建筑完工,其中有 76 栋在中国,在超高层建筑的施工过程中,随着建筑高度的增加,结构的水平位移会相应增大,尤其对于核心筒截面有收缩的超高层建筑结构,其荷载偏心引起的结构水平位移较大,过大的水平位移将会导致结构开裂、倾斜、损伤,甚至倾覆<sup>[1]</sup>。为了保证结构的安全,对结构的水平位移进行监测是十分有必要的,水平位移监测数据中往往包含大量的噪声,因此需要选取合适的数据处理方法对监测数据进行去噪处理,同时还希望对结构变形趋势进行一定程度的预测。

目前,卡尔曼滤波方法以其良好的滤波效果和短期预测精度广泛应用于土木监测领域,如大坝的监测<sup>[2-5]</sup>,桥梁的监测<sup>[6-9]</sup>,结构沉降的监测<sup>[10-11]</sup>,地铁的监测<sup>[12]</sup>及隧道的监测<sup>[13]</sup>等,且都取得了较好的滤波效果或短期预测精度。

目前相关文献中尚未见其有应用于超高层结构的变形监测。本文将首先对卡尔曼滤波原理进行简单的介绍,接下来分别采用  $\alpha$ - $\beta$  模型和  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  模型对卡尔曼滤波状态方程参数的形式做具体说明,之后给出了卡尔曼滤波方法流程图并编写了 matlab 程序,最后以南宁某超高层建筑在建实际工程结构的水平位移监测为例,对已建结构 20 层测点 1 水平位移监测数据分别采用  $\alpha$ - $\beta$  模型和  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  模型的卡尔曼滤波方法进行处理,在此基础上对 20 层测点的最后一期待测位移进行预测,以比较两种动态监测模型的适用性、滤波效果、预测效果。

## 1 卡尔曼滤波原理

卡尔曼滤波方法是一种线性最优递推滤波方法,其递推过程为预测-修正-预测,根据状态方程的不同,计算时能够得到速度或者加速度等反映形变快慢的指标。因此,卡尔曼滤波方法被广泛

地应用于动态测量系统的数据处理。应用于动态监测系统的离散性卡尔曼滤波的状态方程和观测方程为:

$$X_{k+1} = \Phi_{k+1,k} X_k + \Psi_{k+1,k} U_k + \Gamma_{k+1,k} \Omega_k \quad (1)$$

$$L_{k+1} = B_{k+1} X_{k+1} + G_{k+1} U_{k+1} + \Delta_{k+1} \quad (2)$$

式中,  $\Phi_{k+1,k}$  为系统状态转移矩阵,即这一时刻状态量与上一时刻状态量之间关于时间的函数关系,  $X_k$  为  $k$  时刻系统状态向量,状态向量中通常包含位移、速度、加速度等状态参数。  $\Gamma_{k+1,k}$  为系统噪声系数矩阵,  $\Omega_k$  为系统噪声,它的值大小取决于系统的准确程度;  $B_{k+1}$  为系统的观测矩阵,  $\Delta_k$  为系统观测噪声。  $U_k$ 、 $U_{k+1}$  为系统控制量,即系统的确性输入,主要指地震动,风等对位移造成影响,通常不予考虑,因此,  $\Psi_{k+1,k}=0$ ,  $G_{k+1}=0$ 。从而式(1)和(2)可简化为:

$$X_{k+1} = \Phi_{k+1,k} X_k + \Gamma_{k+1,k} \Omega_k \quad (3)$$

$$L_{k+1} = B_{k+1} X_{k+1} + \Delta_{k+1} \quad (4)$$

该动态监测系统模型常见有  $\alpha$ - $\beta$  和  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  两种模型。

### 1.1 $\alpha$ - $\beta$ 模型

设有一组沿着  $X$  和  $Y$  两个方向运动的监测点,监测点在  $t_k$  时刻的位置用  $X_{k_x}$ ,  $X_{k_y}$  表示,运动速率用  $\nu_{k_x}$ ,  $\nu_{k_y}$  表示。监测点运动加速度用  $\Omega_k$  表示,将监测点的位置和运动速率看作状态参数,而将运动加速度看作动态噪声,得到监测点的运动方程为:

$$\begin{bmatrix} X_{k_x} \\ X_{k_y} \\ \nu_{k_x} \\ \nu_{k_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{k-1_x} \\ X_{k-1_y} \\ \nu_{k-1_x} \\ \nu_{k-1_y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/2d_t^2 & 0 \\ 0 & 1/2d_t^2 \\ d_t & 0 \\ 0 & d_t \end{bmatrix} \Omega_{k-1} \quad (5)$$

对应至状态方程 (3) 中,可得:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tau = \begin{bmatrix} 1/2d_t^2 & 0 \\ 0 & 1/2d_t^2 \\ d_t & 0 \\ 0 & d_t \end{bmatrix}$$

由该参数组成的状态方程联合观测方程称为  $\alpha$ - $\beta$  模型,  $\alpha$ - $\beta$  模型是最常用的模型, 通常在此基础上才考虑采用  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  模型<sup>[14-16]</sup>。

## 1.2 $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 模型

类似地, 当监测点运动加速度用  $a_{k_x}$ ,  $a_{k_y}$  表示, 运动加速度的变化率用  $\Omega_k$  表示, 将监测点的位置、运动速率及运动加速度都看作状态参数, 而将运动加速度的变化率看作动态噪声, 得到监测点的运动方程为:

$$\begin{bmatrix} x_{k_x} \\ x_{k_y} \\ v_{k_x} \\ v_{k_y} \\ a_{k_x} \\ a_{k_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_t & 0 & 1/2d_t^2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_t & 0 & 1/2d_t^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & d_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & d_t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1_x} \\ x_{k-1_y} \\ v_{k-1_x} \\ v_{k-1_y} \\ a_{k-1_x} \\ a_{k-1_y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/6d_t^3 & 0 \\ 0 & 1/6d_t^3 \\ 1/2d_t^2 & 0 \\ 0 & 1/2d_t^2 \\ d_t & 0 \\ 0 & d_t \end{bmatrix} \Omega_{k-1} \quad (6)$$

对应至状态方程(3)中, 可得:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_t & 0 & 1/2d_t^2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_t & 0 & 1/2d_t^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & d_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & d_t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1/6d_t^3 & 0 \\ 0 & 1/6d_t^3 \\ 1/2d_t^2 & 0 \\ 0 & 1/2d_t^2 \\ d_t & 0 \\ 0 & d_t \end{bmatrix}$$

由该参数组成的状态方程联合观测方程称为  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  模型。

## 2 卡尔曼滤波变形监测方法

本文采用 Kalman 滤波方法对超高层结构变形

监测数据进行滤波, 并对最后一期监测数据进行预测。该方法流程详见于图 1, 其具体的步骤如下:

- (1) 利用所获取的监测数据中的第一组数据, 确定状态向量的初值  $X_0$  及其相应的协方差阵  $P_0$ , 噪声协方差阵  $D_\Delta$  和  $D_\Omega$ ; 由状态方程确定系统状态转移矩阵  $\Phi_{k,k-1}$ , 动态噪声系数矩阵  $\Gamma_{k,k-1}$ ; 由观测方程确定观测向量系数矩阵  $B_k$ 。
- (2) 计算一步预测值  $X_{k/k-1}$ 、预测协方差阵  $P_{k,k-1}$ 。
- (3) 计算卡尔曼增益矩阵  $J_k$ 。
- (4) 输入一组监测数据, 计算该监测值的最佳预测值  $X_{k,k}$  及预测协方差阵  $P_{k/k}$ 。
- (5) 回到(2), 继续下一次递推计算。
- (6) 待循环结束, 输出该组监测值的最佳滤波值。

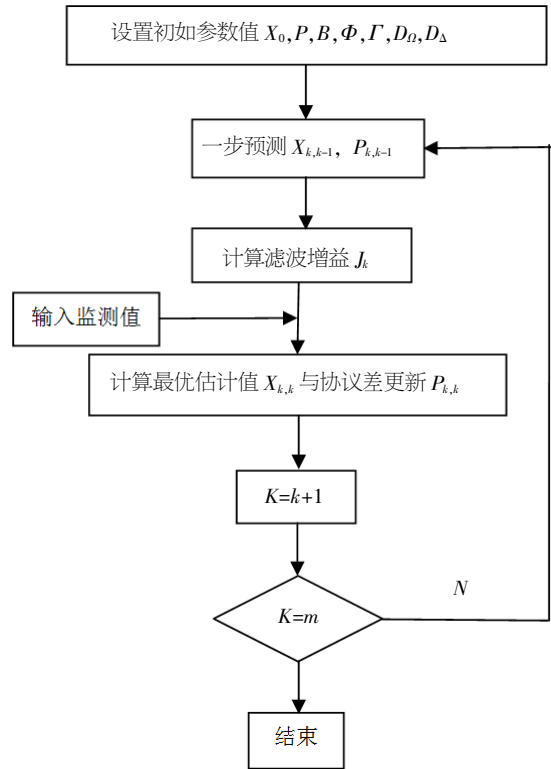


图 1 卡尔曼滤波变形监测流程图

Fig.1 Flow chart of Kalman filtering method

本文在此基础上采用 MATLAB 编制了卡尔曼滤波方法在超高层结构变形监测的分析程序, 并应用于实际工程结构的水平位移监测。

## 3 实际工程监测方案

某在建超高层建筑结构位于广西南宁, 结构设计高度为 384.8 m, 连屋顶幕墙构架建筑高度 402.65 m, 抗震设防烈度为 6 度, 该超高层结构为

框架-核心筒结构,由于该超高层结构核心筒51层以上南侧外立面内收;59~63层核心筒南侧外墙采用斜墙形式;74层以上酒店区东、西、南侧外立面内收,截面内收后叠加的楼层会造成重力荷载偏心,从而使楼层产生较大的水平位移,因此需要对该超高层结构施工过程中的水平位移进行监测,一旦结构水平位移值超过预警值8 cm,施工单位需要立即编写施工方案对结构水平位移进行纠正。监测设备采用莱卡TM30全站仪,其测量精度为 $\pm 2$  mm,为了使监测结果更精确,在楼层20层、32层、45层、60层、65层、73层、75层、77层、80层、87层、90层、屋顶设备二层(402.850标高)楼板平面标高1.2 m的地方各设置了16个监测点,监测点位置整体布置图如图2,测点现场位置局部示意图如图3。

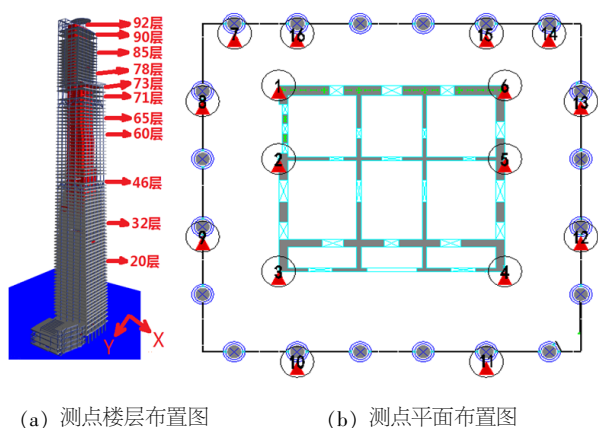
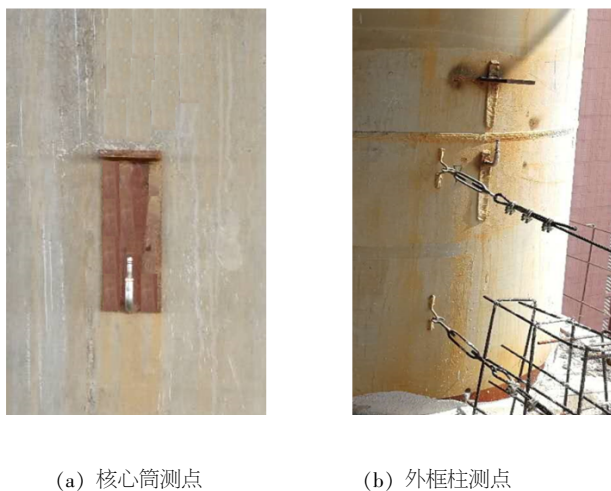


图2 测点位置整体布置图

Fig.2 Overall layout of measuring points



(a) 核心筒测点

(b) 外框柱测点

图3 测点位置局部示意图

Fig.3 Local location of measuring points

## 4 结构变形滤波及预测

选取20层测点1的前8期监测数据进行滤波处理,首先对初始滤波参数进行估计,这里仅对 $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 模型滤波初值的选取过程作出说明, $\alpha$ - $\beta$ 模型的初值选取过程类似。

初始状态向量  $X_0 = [x_0, \dot{x}_0, v_0, \dot{v}_0, a_0, \dot{a}_0]$ , 其中初始位置值可取为第二期监测值,初始速率值可取为第二期监测值与第一期监测值的差值,初始加速度值可取为0。由监测方法和监测设备的监测精度可取观测噪声的方差值为  $R=2$ ,  $Q$  设置过大会导致滤波在过去监测值上加权过大,不能很好地利用已有监测值,设置过小会导致加权过慢<sup>[7]</sup>,综合考虑,这里将其取为  $Q=0.1$ 。根据监测网等级和变形监测精度要求可取初始值  $X_0$  的方差值为2,于是可得:

$$P_0 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

位移监测网是二维网,可得:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

取  $d_i=1$ , 由运动方程可得  $\Phi$  和  $\Gamma$  的值。

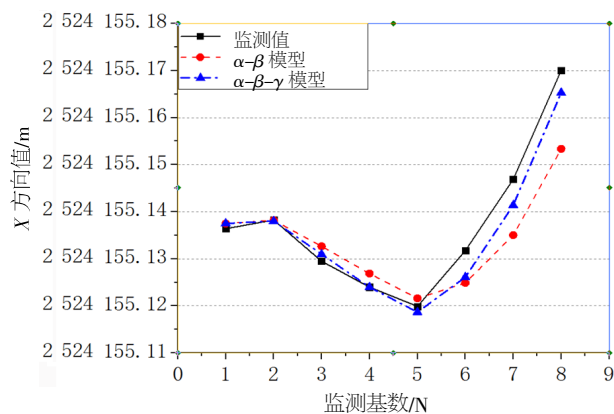
对测点1的前8期数据分别采用 $\alpha$ - $\beta$ 模型和 $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 模型的卡尔曼滤波方法进行滤波处理,测点1的前8期数据滤波曲线如图4所示。

从图4可以看出,在  $X$  方向,位移曲线变化较快,第8期和第1期监测数据的差值达到了3 cm以上,其中 $\alpha$ - $\beta$ 模型滤波曲线从第6期开始发散,滤波差值最大值达到了-16.8 mm,而 $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 模型的滤波曲线收敛效果佳,滤波差值最大值仅为-5.7 mm。而在  $Y$  方向,位移曲线变化较慢,且震荡波动趋势很明显。两种监测模型的滤波曲线均未发散,但是 $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 模型多数滤波值与监测值的差值小于 $\alpha$ - $\beta$ 模型,说明 $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 模型的滤波效果更好。无论  $X$  方向还是  $Y$  方向,卡尔曼滤波后的曲线较原曲线平滑,曲线呈现的规律更加明显。

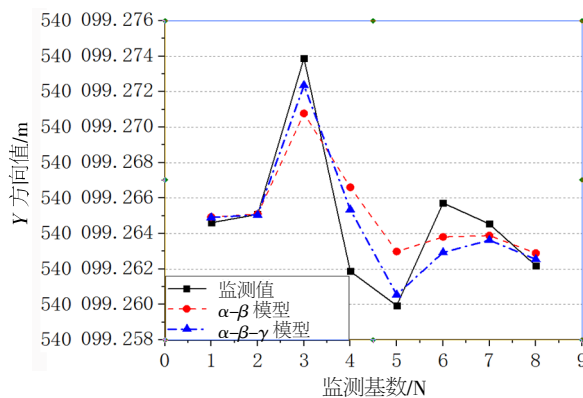
对获得有效数据的11个测点的最后一期监测数据分别采用 $\alpha$ - $\beta$ 模型和 $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 模型进行预测,各测点最后一期坐标值如图5所示,预测值与监测值的差值见图6。

从图6可以看出,对于  $X$  方向,基于 $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 模型预测差值较大的点为测点1和9,差值分别

为-16.5 mm和-15 mm,产生差值较大的原因是测点1的滤波值还在收敛过程中,测点9则是位移值方向发生了突变,其他测点的预测值均未超过8 mm;基于 $\alpha$ - $\beta$ 模型的预测差值最大值为-32.6 mm,且多数测点的预测差值都超过了1 cm,说明滤波值发散较大。



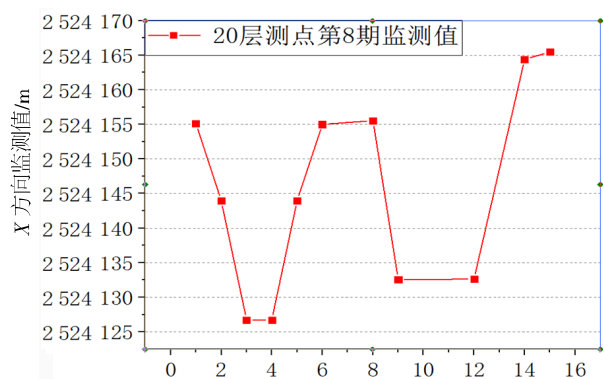
(a) X方向值



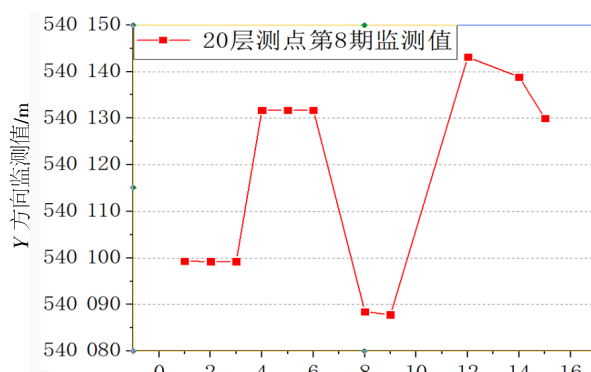
(b) Y方向值

图4 监测点1监测值与卡尔曼滤波值

Fig.4 Monitoring value and Kalman filter value of point 1



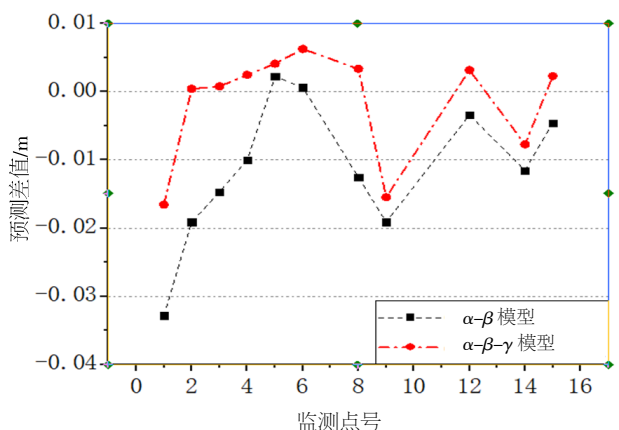
(a) X方向值



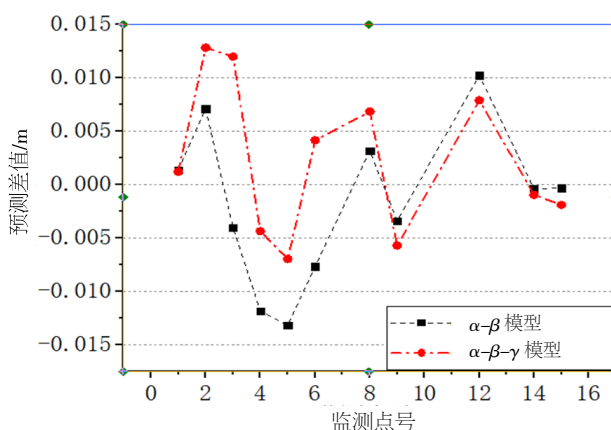
(b) Y方向值

图5 20层测点最后一期监测值

Fig.5 The last monitoring value of measuring points in 20-layer



(a) X方向值



(b) Y方向值

图6 测点最后一期数据预测值与监测值偏差值

Fig.6 The deviation of the last phase data of measuring points between predicted value and monitoring value

对于本超高层建筑结构,位移变化速度更快的 $X$ 方向是监测的重点。两种模型的比较也表明, $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 模型更适用于该超高层结构变形监测系统,将其应用于该结构水平位移监测数据的处理,能取得较好的滤波效果和短期预测精度。

## 5 结语

(1) 本文提出采用卡尔曼滤波原理监测超高层结构水平位移的方法,给出了卡尔曼滤波变形监测分析的流程图,编制了相关的计算分析程序,并将相关方法应用于南宁某超高层结构位移监测。

(2) 通过比较 $\alpha$ - $\beta$ 模型和 $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 模型的滤波效果可知,采用 $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 模型的卡尔曼滤波曲线收敛速度更快,滤波后的曲线较原曲线平滑,曲线规律更加明显,是适用于超高层结构水平位移动态监测系统的模型。

(3) 通过比较 $\alpha$ - $\beta$ 模型和 $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 模型的预测效果可知, $\alpha$ - $\beta$ 模型对于 $X$ 方向位移短期预测精度较低,而 $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$ 模型对于 $X$ 方向位移短期预测精度较高,其预测值对于楼层位移趋势的判断具有较高的参考价值。

(4) 本工程中结构测点1在 $X$ 方向位移变化较快; $Y$ 方向位移变化较慢,测点位移曲线震荡波动明显,因此 $X$ 轴方向位移是本监测项目监测的重点,将卡尔曼滤波方法应用于该项目能够更好的判断和预测楼层的变形趋势。

## 参考文献:

- [1] 熊海贝,张俊杰.超高层结构健康监测系统概述[J].结构工程师,2010,26(1):144-150.
- [2] 王利,李亚红,刘万林.卡尔曼滤波在大坝动态变形监测数据处理中的应用[J].西安科技大学学报,2006,26(3):353-357.
- [3] 修延霞,侯凯.卡尔曼滤波在大坝变形监测中的应用[J].城市勘测,2010(1):92-94.
- [4] Lu F M, Li J. Application of kalman filter method based on water level factors in the dam deformation forecast [J]. Advanced Materials Research, 2013, 64(8): 376-380.
- [5] 刘凯,赵军平,惠章珂.离散卡尔曼滤波在大坝变形监测中的应用[J].西北水电,2017(3):95-97.
- [6] 刘红新,王解先,王天祥等.桥梁监控数据处理的自适应卡尔曼滤波分析[J].同济大学学报(自然科学版),2005,33(8):1 027-1 030.
- [7] 润玉强,王坚,王春亮.卡尔曼滤波在桥梁变形监测中的应用[J].科技信息,2011(7):10-16.
- [8] 强明辉,谭政贵,于波.自适应卡尔曼滤波在桥梁健康监测系统中的应用[J].噪声与振动控制,2013,33(5):141-143.
- [9] 李勇,栾元重,张善廷等.基于自适应 kalman 滤波的高铁桥梁变形监测应用研究[J].测绘与空间地理信息,2016,39(8):200-203.
- [10] 邓毅.卡尔曼滤波在建筑沉降监测数据处理中的应用[J].安徽地质,2014(3):217-219.
- [11] Jin T W, Engco N. Application of Kalman filter in deformation monitoring [J]. China Harbour Engineering, 2015(7):3-25.
- [12] 范雷刚,田林亚,丁立,张松.方差分量估计卡尔曼滤波在地铁深基坑变形监测中的应用[J].地理空间信息,2015(10):144-146.
- [13] 刘洋,王岳文,杜加振,等.基于方差补偿自适应卡尔曼滤波的南京铁路隧道沉降变形处理分析[J].北京测绘,2017(6):121-124.
- [14] 刘大杰,于正林,陶本藻.平差模型误差理论及其应用论文集[M].北京:测绘出版社,1992.
- [15] 余学详,张华海,吕伟才等. Kalman 滤波在 GPS 监测网中的应用[J].工程勘察,2000(4):33-35,63.
- [16] 曾凡祥,李勤英.卡尔曼滤波在动态测量系统中的应用[J].北京测绘,2014:1 007-3 000.
- [17] 胡丛玮,刘大杰.基于方差分量估计原理的自适应卡尔曼滤波及其应用[J].测绘科学技术学报,2002,19(1):15-18.