

非线性土层地震反应分析的一种方法^②

李小军

(国家地震局工程力学研究所, 哈尔滨 15008)

提 要 本文利用作者给出的土的剪切动力本构关系的动态骨架曲线模型, 结合显式差分数值逐步积分方法, 给出了一种分析非线性土层地震反应的方法。反应计算中, 地震效应视为基底剪切波垂直入射, 且考虑了上部土层中能量向弹性基底辐射的效应。文章最后给出了本方法应用的一个算例, 并给出了相应的等效线性化方法的计算结果。

关键词 工程地震 非线性土层 地震反应 分析方法 动态骨架曲线

1 前 言

地表土层地震反应分析方法的研究是个较老的课题。但它是地震小区划的重要部分, 在工程问题中应用得越来越广泛, 所以一直受人们的重视。如何考虑土体的非线性是土层地震反应分析中的难点问题。随着人们对土体非线性特性研究的深入, 出现了相应的土层地震反应分析方法。工程中应用较早的方法是线弹性波动(及振动)分析方法及等效线性化波动(及振动)分析方法^[1]。考虑到等效线性化方法只能粗略地估计土体的非线性影响, 且不能反映土体的非线性物理过程性, 发展出了具有清晰物理意义的非线性积分方法。^[2,3,4,5]非线性土层地震反应分析中的两个关键性问题是, 土体非线性应力—应变关系的选取以及非线性动力方程数值积分方法的选取。而其中的非线性应力—应变关系又是人们考虑得较多的问题。土体剪切应力—应变关系的提出均以一定的实验结果为基础, 并结合某些理论假设为前提。最基本的实验结果有: 土体的等效剪切模量随应变幅值变化的曲线(这一实验结果是确定土体应力—应变关系的骨架曲线的依据), 以及等效滞回阻尼比随应变幅值变化的曲线。先后出现的土体剪切应力—应变关系模型有 Masing 法则模型、扩充 Masing 法则模型、Iwan 模型^[6]、Prke 模型^[2]、王志良的修正 Masing 法则模型^[4]以及修正 Iwan 模型^[5]等。最近, 本文作者在 Masing 法则及 Prke 模型的基础上, 提出了一种表达式简单且在计算机上实现十分方便的土体应力—应变关系模型, 动态骨架曲线模型^[7]。其中关键在于引进了一新概念“动态骨架曲线”。这一模型的另一个优点是它为进一步考虑土体的残余应变效应打下了基础, 这一优点是以往所有模型所不具有的。为了使建立的模型给出的应力—应变关系满足实验等效阻尼比随应变幅值变化的结果, 作者将王志良等^[4]提出的阻尼比退化系数的

① 本文稿日期: 1992-08-21

② 地震科学联合基金资助(9000021)

概念引入到了动态骨架曲线模型中。

本文应用作者提出的动态骨架曲线本构模型所得应力—应变关系, 结合显式差分数值逐步积分方法推导出了一种求解非线性土层地震反应的方法。

2 运动方程的建立及求解

2.1 运动方程式

计算土层地震反应时, 将场地模型视为半无限弹性基底上覆盖水平成层土层, 地震波视为剪切波由基底向上垂直入射。这样一种简化的场地反应问题属于一维波动问题。

在每一土层中 (包括基底半空间), 介质的运动满足动力方程:

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = \rho \cdot \frac{\partial V}{\partial t} \quad (1)$$

其中, $\tau = \tau(x, t)$ 为介质运动的剪切应力; $V = V(x, t)$ 为介质运动速度; ρ 为介质的密度; x 为一维空间坐标变量, x 轴垂直于基底顶面; t 为时间变量。

介质运动满足的变形协调条件为:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial t} \quad (2)$$

式中, $\gamma = \gamma(x, t)$ 为介质运动的剪切应变。

同时, 剪应力 τ 与剪应变 γ 之间满足土体的非线性本构方程:

$$\tau = \tau(\gamma) \quad (3)$$

式 (3) 表示的土体的非线性本构关系式的具体形式将在下一节中给出。式 (1)、(2)、(3) 组成了一个完整的非线性一维剪切动力方程。

2.2 动力方程的显式差分解法

在对动力方程进行差分求解前, 先将每一土层按差分格式的稳定性条件进行细分层。因为本文将采用时空中心差分格式求解动力方程, 因而, 细分层后的每一计算土层的层厚 Δx_i 应满足条件:

$$\Delta x_i \geq V_{s,i} \cdot \Delta t \quad (4)$$

这里, 下角标 i 表示计算土层层号 (从自由表面向基底面顺序排号); $V_{s,i}$ 为第 i 层计算土层中介质的剪切波速; Δt 为计算时间间隔。

为了减小由于空间离散化引起的计算误差, 应尽量使得各计算土层层厚之间满足条件^[8]:

$$\frac{\Delta x_i}{\Delta x_j} = \frac{V_{s,i}}{V_{s,j}} \quad (5)$$

利用中心差分方法对前文给出的非线性剪切动力方程式进行时空离散化可推导出相应的显式差分逐步积分式:

$$\begin{cases} \rho_i \cdot \frac{V_i - V_{i-1}}{\Delta t} = \frac{\tau_{i+\frac{1}{2}} - \tau_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x_i} \\ \frac{\gamma_{i+\frac{1}{2}} - \gamma_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{V_i - V_{i-1}}{\Delta x_i} \\ \tau_{i+\frac{1}{2}} = \tau(\gamma_{i+\frac{1}{2}}) \end{cases} \quad (6)$$

式中,

$$\begin{aligned}\Delta X_i &= (\Delta X_i + \Delta X_{i-1}) / 2 \\ \bar{\rho}_i &= (\rho_i \cdot \Delta X_i + \rho_{i-1} \cdot \Delta X_{i-1}) / 2 \Delta X_i \\ \rho_0 &= 0, \Delta X_0 = 0 \\ i &= 1, 2, \dots, L\end{aligned}$$

且 V_{i-1}^p 表示在 P^i 时刻第 i 计算土层层顶面处介质的运动速度; $\tau_{i+1/2}^p, \gamma_{i+1/2}^p$ 分别表示在 P^i 时刻第 i 计算土层层中点处介质的剪应力及剪应变, ρ_i 为第 i 计算土层中介质的密度, L 为总的计算土层层数 (不包括基底)。

利用式 (6) 结合边界条件及初值条件, 我们可以逐步积分获得每一计算土层层顶面处介质运动的速度反应量及层中点处介质的剪应力用剪应变反应量。由速度反应可推导相应出的加速度反应及化移反应。其计算边界条件与初值条件为:

$$\tau_{L+1/2}^p = 0 \quad (7)$$

$$V_{L+1}^p = V_0^p \quad (8)$$

$$V_i^p = 0, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (9)$$

$$\tau_{i+1/2}^p = 0, \quad i = 1, 2, \dots, L \quad (10)$$

这里, V_0^p 为在 P 时刻计算基底顶面处介质的运动速度, 它与基底半空间中的入射波场的关系下文将具体给出。

3 基底能量辐射效应的模拟

上文中, 在求解动力方程式时假定了已知基底顶面处介质运动速度量 V_0^p 这一边值条件。但工程计算中, 一般只给定基底半无限空间中的入射波场。如果我们将基底视为弹性体, 则反应计算过程中必须考虑能量由土层中向基底辐射的效应, 才能估计出真实的基底顶面的运动量 V_0^p 。下面我们将推导出 V_0^p 计算的显式递推公式。

设弹性基底半空间中上行位移波场 $U_i(x+V_i \cdot t)$, 下行位移波场为 $U_s(x-V_i \cdot t)$, 它们对应的速度波场分别为 $V_i(x+V_i \cdot t)$, $V_s(x-V_i \cdot t)$, 则可推导出基底顶面处介质的剪切应力为:

$$\begin{aligned}\tau_0(t) &= G_0 \cdot \left(\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial U_s}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} \\ &= \rho_0 \cdot V_0 \cdot (2 \cdot V_{i0} - V_s) \quad (11)\end{aligned}$$

式中, V_{i0}, V_s 分别为上行波场在 $x=0$ 处 (即基底顶面处) 的值及基底顶面处介质的运动速度。

对于与基底相邻的第 L 计算土层, 利用牛顿定理及差分法可得:

$$\frac{1}{2} \rho_L \Delta X_L \frac{V_L^p - V_{L-1}^p}{\Delta t} = \tau_{L+1/2}^p - \tau_{L-1/2}^p \quad (12)$$

由式 (12)、(11) 结合下面两式:

$$V_{L+1/2}^p = (V_L^p + V_{L-1}^p) / 2 \quad (13)$$

$$V_{L+1}^p = (V_{L+1/2}^p + V_{L-1/2}^p) / 2 \quad (14)$$

可以推导出:

$$V_i^* = \frac{2 \cdot \Delta t}{\rho_L \cdot \Delta x_L + \rho_b \cdot V_{sb} \cdot \Delta t} \cdot \left[\frac{\rho_L \cdot \Delta x_L - \rho_b \cdot V_{sb} \cdot \Delta t}{2 \cdot \Delta t} V_{i-1}^* + \rho_b \cdot V_{sb} \cdot (V_{i-1}^* + V_{i-1}^{*1}) - \tau_{L+1}^* \right] \quad (15)$$

上面各式中, G_b , ρ_b , V_{sb} 分别为基底中介质的剪切模量、密度及剪切速度; V_{i-1}^* 为基底中入射波场在基底顶面处引起的相应的运动速度量。在 P 时刻的值。

式 (15) 给出了基底顶面处介质运动速度量与入射波场之间的关系, 它考虑了上部土层与基底间的相互作用效应即考虑了上部土层中能量向基底辐射效应。

4 土体应力—应变关系

作者在文献^[7]中建立了一种表示式简单且便于计算机实现的土体剪切应力—应变关系模型, 即动态骨架曲线模型。其基本思想是: 在初始加载过程及应变值的绝对值超过历史应变的绝对最大值的加载过程中, 应力—应变曲线遵循应力—应变骨架曲线;

在任意荷载过程后的卸载及反向加载过程中, 应力—应变曲线将直接指向历史 (绝对值) 最大应力—应变曲线拐点或其反向对称点, 且其曲线形式与骨架曲线相类似。

通过引入新概念“动态骨架曲线”上述两个基本假设可以用一简单函数关系式来描述, 这一函数关系式即为本文计算所利用的土体剪切应力—应变关系式:

$$\begin{aligned} \tau(\gamma) &= \tau_c + K \left(\left| \frac{\pm \gamma_m - \gamma_c}{2} \right| \right) \cdot \left[2 \cdot g \left(\frac{\gamma - \gamma_c}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. - G_M \cdot (\gamma - \gamma_c) \right] + G_M \cdot (\gamma - \gamma_c), \quad |\gamma| \leq \gamma_M \\ &= f(\gamma), \quad |\gamma| > \gamma_M \end{aligned} \quad (16)$$

式中, $f(\gamma)$ 为土体的骨架曲线; $g(\gamma)$ 为动态骨架曲线 (见图 1 所示); $K(\gamma_0)$ 为阻尼比退化系数^[8]; τ_M , γ_M 分别为应力—应变曲线历史最大 (绝对值) 拐点处的应力及应变值; τ_c , γ_c 分别为当前应力—应变时刻之前应力—应变曲线的最后一拐点处的应力及应变值; G_M 为动态割线模量; 且

$$G_M = \frac{\pm \tau_M - \tau_c}{\pm \gamma_M - \gamma_c} \quad (17)$$

式中, “±” 号的取法为: 当应变增量 $d\gamma \geq 0$ 时取 “+”, 反之取 “-”。下文中的 “±” 号取法与此相同。

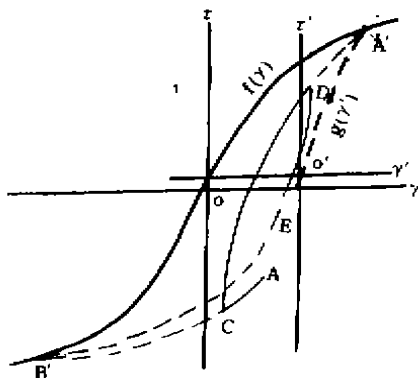


图 1 动态骨架曲线模型

Fig. 1 Moving skeleton curve constitutive model

下面我们将就骨架曲线 $f(\gamma)$ 的两种工程常用形式: 双曲线出数式及 Ramberg—Osgood 形式给出式 (16) 的具体表示式。

a) 双曲线函数形式

设骨架曲线 $\tau = f(\gamma)$ 及等效滞回阻尼比随应变幅值变化的关系为:

$$f(\gamma) = \frac{G_0 \cdot \gamma}{1 + |\gamma|/\gamma_r} \quad (18)$$

$$\lambda(\gamma) = \frac{\lambda_0 \gamma/\gamma_{r1}}{1 + \gamma/\gamma_{r1}} \quad (19)$$

则相对应的动态骨架曲线模型的应力—应变关系式为式 (16), 其中,

$$g(\gamma) = \frac{G_0 \cdot \gamma}{1 + |\gamma|/\gamma'} \quad (20)$$

式中 γ' 为与应力—应变历史有关的动态参数, 它由下式给出:

$$\gamma' = \left[\frac{\pm 2G_0}{\pm \tau_M - \tau_c} - \frac{\pm 2}{\pm \gamma_M - \gamma_c} \right]^{-1} \quad (21)$$

$$K(\gamma_0) = \frac{\pi \lambda_0 \gamma_0^2}{2(\gamma_{r1} + \gamma_0) [\gamma_0(2\gamma_r + \gamma_0) - 2\gamma_r(\gamma_r + \gamma_0) \ln(1 + \gamma_0/\gamma_r)]} \quad (22)$$

b) Ramberg—Osgood 形式

设骨架曲线 $\gamma = f(\tau)$ 取 R—O 函数形式:

$$f(\tau) = \frac{\tau}{G_0} (1 + a \cdot \left| \frac{\tau}{\tau_r} \right|^{R-1}) \quad (23)$$

并且保留式 (19) 所示的等效阻尼比形式。则相应的动态骨架曲线模型的应力—应变关系式为:

$$\begin{aligned} \gamma(\tau) = & \gamma_c + K \left(\left| \frac{\pm \tau_M - \tau_c}{2} \right|, \left| \frac{\pm \gamma_M - \gamma_c}{2} \right| \right) \cdot \left[2 \cdot g \left(\frac{\tau - \tau_c}{2} \right) \right. \\ & \left. - (\tau - \tau_c) / G_M \right] + (\tau - \tau_c) / G_M, \quad |\tau| \leq \tau_M \\ = & f(\tau), \quad |\tau| > \tau_M \end{aligned} \quad (24)$$

其中

$$g(\tau) = \frac{\tau}{G_0} (1 + a' \left| \frac{\tau}{\tau_r} \right|^{R-1}) \quad (25)$$

式中,

$$a' = (G_0/G_M - 1) \cdot \left| \frac{2\tau_r}{\pm \tau_M - \tau_c} \right|^{R-1} \quad (26)$$

$$K(\tau_0, \gamma_0) = \frac{\pi \lambda_0 \gamma_0 [1 + a \cdot (\tau_0/\tau_r)^{R-1}]}{2(\gamma_{r1} + \gamma_0)(R-1) \cdot a \cdot (\tau_0/\tau_r)^{R-1}} \quad (27)$$

从式 (16) 或式 (27), 我们不难看出本文的土体应力—应变关系式为简单的函数式, 在整个反应计算过程中只需记忆应力—应变曲线历史最大的拐点的应力、应变值 τ_M 、 γ_M 及当前时刻之前应力—应变曲线上的最后一拐点的应力、应变值 τ_c 、 γ_c 。因而它在计算机上实现十分方便。它较之扩充 Masing 法则的关系简单, 便于在计算机上实现; 它比 Iwan 模型的关系简单, 省计算时间。

5 计算算例

本文所引用的土体剪切应力—应变关系式与其它一些关系 (如 Masing 法则关系) 相比主要优点为它的表示式为简单的显式函数式, 易于在计算机上实现。而从物理意义上讲它保留了扩充 Masing 法则关系的合理性。本文利用的应力—应变关系模型可以看作是对扩充 Masing 法则及 Prke 模型的修正模型。模型的合理性已在文献^[7]中作了解释。它的工程应用的合理性可以间接从对扩充 Masing 法则的工程应用的合理性分析中看出, 至于扩充 Masing 法则的合理性不少文章中已有论证 (如文献^[5])。

根据本文给出的计算理论式, 我们编制了相应的计算程序。作为计算理论及计算程序的应用, 这里我们给出一个简单算例。算例中, 土体的非线性特性能数 $G/G_0\gamma$, $\lambda \sim \gamma$ 曲线结

果见表 1, 模型的力学参数见表 2。计算时骨架曲线 $f(\gamma)$ 及阻尼比曲线 $\lambda(\gamma)$ 假定为双曲线形式, 其中的参数 G_0 , γ_p , λ_0 , γ_{d1} 根据表中的离散值利用最小二乘拟合法获得。

表 1 土体的非线性特性参数

Tab. 1 Characteristic parameter of non-linear in solum

土类	γ	10^{-6}	10^{-5}	3×10^{-5}	10^{-4}	3×10^{-4}	10^{-3}	3×10^{-3}	10^{-2}
粘土 A	G/G_0	1.00	0.94	0.76	0.61	0.24	0.14	0.03	0.02
	λ	0.038	0.048	0.075	0.081	0.108	0.113	0.116	0.118
砂土 B	G/G_0	1.00	0.96	0.88	0.73	0.52	0.28	0.25	0.07
	λ	0.006	0.017	0.033	0.060	0.100	0.153	0.213	0.250
基岩 C	G/G_0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	λ	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

表 2 土层力学参数

Tab. 2 Dynamic parameter in Soil layer

层号	土类	V_s (m/s)	密度 (τ/m^3)	层厚 (m)	累积层厚 (m)
1	A	172	1.90	3	3
2	A	218	1.95	2	5
3	A	244	2.00	2	7
4	B	343	2.00	2	9
5	C	800			

计算结果及相应的等效线性化解法的计算结果见图 2。

等效线性化方法与直接非线性积分分子方法的计算结果最大的区别点在于, 等效线性化方法具有过大的窄频放大效应(即共振效应), 这已在图 1 所示的计算结果中明显地反映出。

6 结 语

本文将作者提出的动态骨架曲线应力—应变关系模型应用到了土层地震反应分析中, 并结合显式差分逐步积分方法推导出了一既合理又简单的非线性土层地震反应的分析方法。本文方法在考虑拟合土体的阻尼效应时, 较扩充 Masing 法则更为合理、方便。

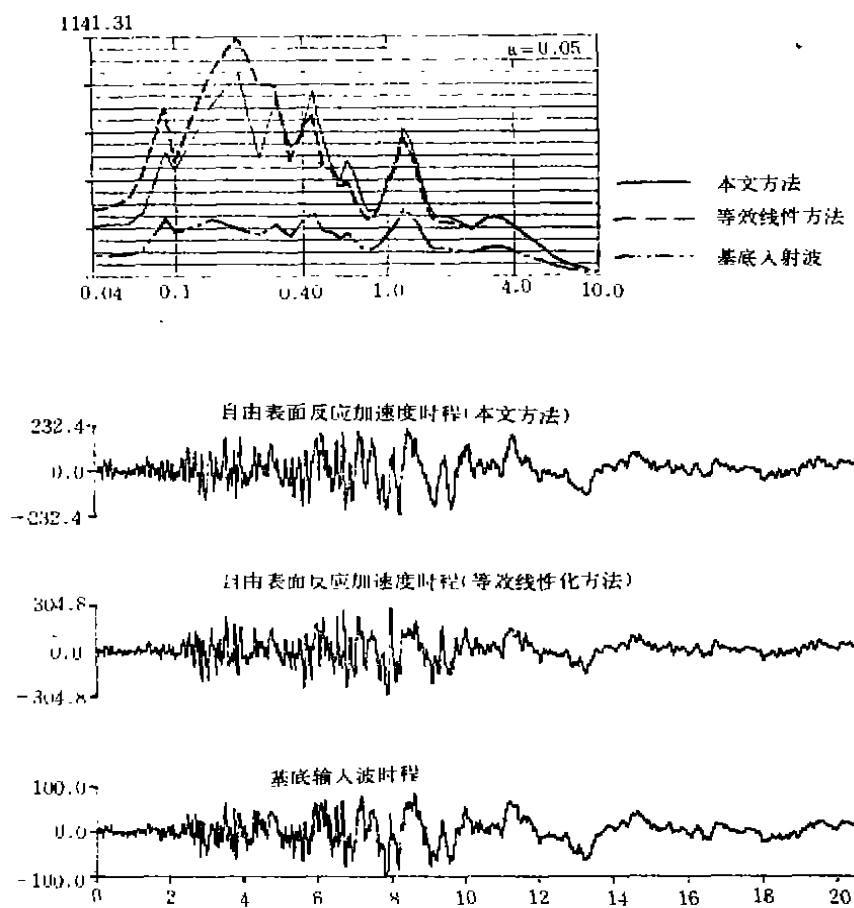


图2 算例的输入波及计算结果

Fig. 2 Input wave and calculating results of the example

参 考 文 献

1. Idriss, I. M. and Seed, H. B., Seismic Response of Horizontal Soil Layers, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1968, Vol. 94, No. SM4, P. 1003.
2. Robert Pike, Nonlinear Soil Models for Irregular Cyclic Loadings, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1979, Vol. 105, GT. 6, P. 715.
3. 土志良, 韩清宇, 粘弹型土层地震反应的波动分析方法, 地震工程与工程振动, 1981, 1 (1), P. 117.
4. 符圣聪, 江静贝, Iwan 模型用于场址动力分析, 地震工程与工程振动, 1984, 4 (3), P. 48.
5. 李小军, 廖振鹏, 土应力应变关系的粘-弹-塑模型, 地震工程与工程振动, 1989, 9 (3).
6. Iwan, W. D., On a class of Model for the Yielding Behaviour of Continuous and Composite Systems, Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, 1967, Vol. 34, No. 3, P. 612.
7. 李小军, 土的动力本构关系的一种简单函数表达式, 岩土工程学报, 1992, 14 (4).
8. 廖振鹏, 刘晶波, 离散网格中的弹性波动^[1], 地震工程与工程振动, 1986, 6 (2).

A METHOD FOR ANALYSING SEISMIC RESPONSE OF NONLINEAR SOIL LAYERS

Li Xiaojun

(Institute of Engineering Mechanics, SSB, Harbin 15008)

Abstract

In the paper, a method for analysing seismic response of nonlinear soil layers is proposed. In the method, a new constitutive model of soil—the dynamic skeleton curve constitutive model is introduced and an explicit integration method is used to solve the dynamic equations. The seismic effect is assumed to be vertical incidence of shear waves, and the effect of energy transmission through the bedrock boundary is considered. An example is finally presented for illustrating the application of the method, and the corresponding calculation results by using the equivalent linearization method are given.

Key words: Engineering seismology; Nonlinear soil layers; Seismic response; Analysing method; Dynamic skeleton curve

欢迎订阅《华南地震》杂志

《华南地震》是广东省地震局主办,《华南地震》编辑委员会编辑,广东科技出版社出版的地震学及有关学科的学术性刊物(季刊),向国内外公开发行人。

一、本刊宗旨:发展学术、交流经验、传播信息;促进地震学与相关科学的结合;促进大华南地区及全国地震科研、测报、防抗事业的发展;为我国四化建设服务。

二、刊登内容:地震学、地震地质、地震前兆、地震观测技术、工程地震、结构抗震、诱发地震(含水库地震)、和地震科技管理与决策等方面的科技论文、研究报告,适量刊登科技简讯及港、澳、台地区和东南亚地区的优秀文章。从1992年第3期起开设防震抗震专题学术讲座。

三、读者对象:(1)从事地震科研、测报、防震工作的科技人员和管理人员;(2)地质、环保、国土、水电、基建等企、事业部门的防震减灾专业的技术人员和管理人员;(3)大专院校有关专业的教师和学生。

四、订阅办法:国内订购处:广州市先烈中路81号大院《华南地震》编辑部(邮政码510070),全年4期,每期定价3.5元,全年16元(含邮费)。国外订购处:中国出版对外贸易总公司(北京782信箱)。

《华南地震》编辑部

1992年12月30日