

等幅循环荷载作用下土的动剪模量和阻尼

牟崇元 常宝琦 吴景浓 石 勇

(广东省地震局)

提要 本文根据我国南方 8 个场址 81 个试样的动三轴试验资料, 对土在等幅循环荷载作用下, 其动模量和阻尼与应变幅值的关系进行了分析研究, 并与现场测试结果进行对比。根据分析结果, 本文提出一种广义双曲线模型, 能更满意地描述各类土的应力应变关系, 该模型保持了形式简便, 参数物理意义明确等优点, 文中还分别对砂土和粘土, 给出了模型中参数的统计关系式。这些表达式能明显反映粘性土和非粘性土的特性及其差别。

关键词 土动力特性 动模量 阻尼 广义双曲线模型

一、前 言

在土层地震反应分析中, 必须考虑土层的动力特性。土在地震作用下, 由于土本身的粘弹塑性引起的非线性, 地震荷载又是一种变幅变频的动荷载, 因此其应力应变关系是十分复杂的。通常, 先研究土在等幅循环荷载作用下的应力应变关系, 然后再根据一定的准则, 例如等效非线性, 马兴 (Masing) 准则或埃万 (Iwan) 模型等, 推广应用到不规则循环荷载的复杂情况。地震波被认为是一种沿土层垂直向上传播的剪切波, 因此, 在地震工程中, 侧重研究的是土的剪切应力应变关系, 或是动剪模量 G_d 、阻尼比 D_d 与剪应变幅值 γ_d 的关系。

双曲线模型 (见式 1)

$$G_d = 1 / (a_1 + b_1 \gamma_d) \quad (1)$$

由于其形式简单, 参数的物理意义明确, 得到了广泛应用。但也正如前人指出的那样, 双曲线模型不能精确表示土的应力应变关系, 他们曾提出采用双曲应变来进行修正。

本文根据我国南方 8 个场址 81 个动三轴试验资料进行分析研究, 全部样本均为土层地震反应分析提供的土动力特性的实验数据, 土质概况见表 1。实验所用设备为国家地震局工程

表 1 分析采用样本的土质概况

Tab. 1 Physical properties of analysed samples

土 类	样本 个数	孔隙比 e	容 重 克/厘米 ³	含水量 %	备 注
砂 土	27	0.42~0.80	1.72~2.17	7.1~26.5	包括细砾、粗、中、细砂等
粘 土	50	0.54~1.32	1.65~2.02	17.8~43.2	包括粘土、亚粘土、轻亚粘土等
淤 泥	4	1.18~2.20	1.50~1.76	46.2~85.6	
合 计	81				场 址: A、B、C、D、E、F、G、H 试样数: 13、11、20、17、6、6、4、4

力学研究所研制的SDZ—1型电磁振动三轴仪。分析结果再次表明，典型双曲线模型不能精确表示各类土的应力应变关系。本文采用下述广义双曲线模型进行改进，拟合分析结果表明，该模型能满意地描述各类土的应力应变关系，而且保持了形式简单、参数物理意义明确，不需将应变换算为双曲应变，应用简便等优点。

二、广义双曲线模型

在双曲线模型（式1）的应变项加幂指数c，构成如下模型：

$$G_d = \frac{1}{a + b \cdot (r_d)^c} \quad (2)$$

本文称之为广义双曲线模型。式中a、b和c均为实验常数。

广义双曲线模型中的常数仍然具有明确的物理意义。a相应于小变形时最大剪切模量G_{dm}的倒数，即a = 1/G_{dm}。b和c为反映模量随应变变化快慢的参数，通常c ≤ 1，故c大则G_d衰减慢，c小则衰减快。在c相同的条件下，则b大衰减快，b小衰减慢。

由式（2），相对模量比G_d/G_{dm}与应变幅值r_d的关系可表示为

$$G_d/G_{dm} = \frac{1}{1 + b \cdot (r_d)^c} \quad (3)$$

广义双曲线模型可以增强小应变幅值的数据在回归分析中的影响作用，提高统计精度，特别是使G_{dm}（即1/a值）更接近实际数值，使该数学模型能更理想地描述土的应力应变关系。

三、拟合分析

现以E场址为例，说明两种模型的拟合效果。

图1是E场址统计分析的拟合图。从图可以看出，对非粘性土，如砂土，双曲线模型的回归曲线（图中虚线）与实验值散点拟合得很好。但对粘性土，如粘土和淤泥，则有明显偏离，特别是在r_d = 10⁻⁴附近，应变幅值还不够小，已出现了若干个G_d/G_{dm}大于1的实验值。这是不合理的。

表2. E场址土的实验常数统计值

Tab. 2 Statistic values of laboratory constants for soils at E site

土样 编号	土类	固结 压力 σ ₀ (KPa)	G _d = $\frac{1}{a_1 + b_1 r_d}$			G _d = $\frac{1}{a + b r_d^c}$			
			a ₁ (10 ⁻² /MPa)	b ₁ (10/MPa)	B ₁ (b ₁ /a ₁)	C	a (10 ⁻² /MPa)	b (10/MPa)	B (b/a)
1	粗砂	300	0.870	0.798	916.8	1.00			
2	中砂	300	0.702	0.724	1030	1.00			
3	亚粘土	300	1.800	0.901	500.1	0.70	1.023	0.228	222.4
4	亚粘土	300	1.780	0.932	523.6	0.70	1.064	0.226	212.6
5	淤质粘土	200	4.647	3.050	656.3	0.75	2.601	0.957	367.7
6	淤泥	100	7.164	3.836	469.5	0.65	3.700	0.682	213.1

表2给出该场址由回归分析得出的实验常数统计值。从表中可以看出,双曲线模型的 b_1 值是按砂土、粘土、淤泥顺次增大,表示砂土的模量随应变幅值增加衰减慢,粘土次之,

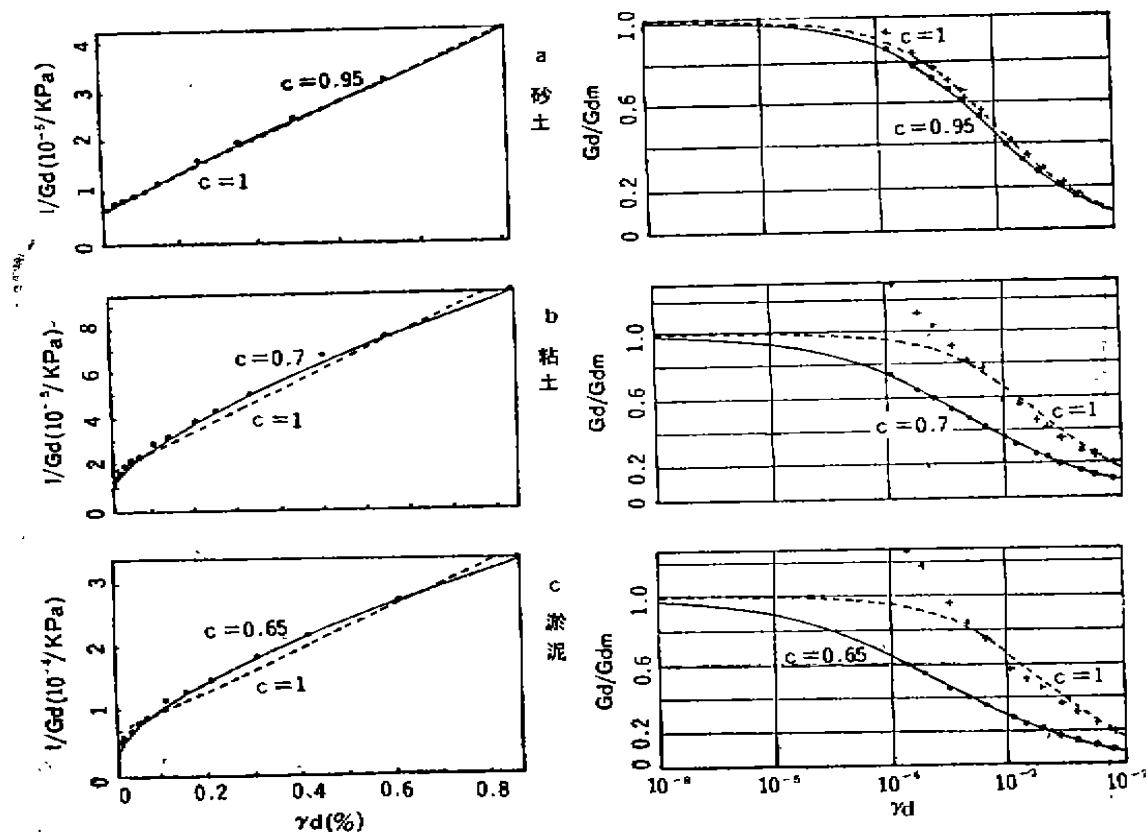


图1 E场址实验值与回归曲线拟合图

Fig. 1 Fitting of the test values and the regression curve at E site

淤泥最快。而 B_1 值则相反,这表示砂土相对模量比的衰减比粘土和淤泥快,见图2中的虚

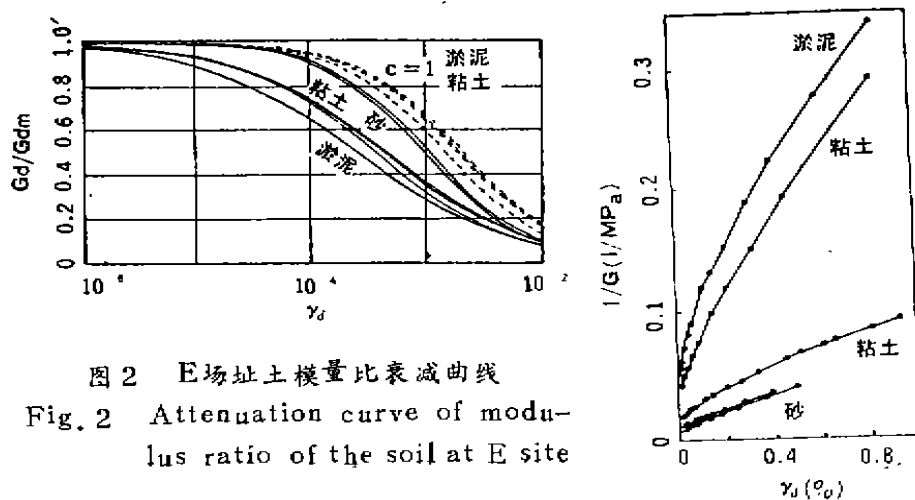


图2 E场址土模量比衰减曲线

Fig. 2 Attenuation curve of modulus ratio of the soil at E site

图3 E场址 $1/G_d$ 与 r_d 曲线

Fig. 3

The curve of $1/G_d$ and r_d at E site

线。粘性土的曲线在砂土的上方。两者变化规律不相一致。

双曲线模型要求 $1/G_d$ 与应变幅值 γ_d 具有线性关系。从图 3 可以看到，砂土基本上具有

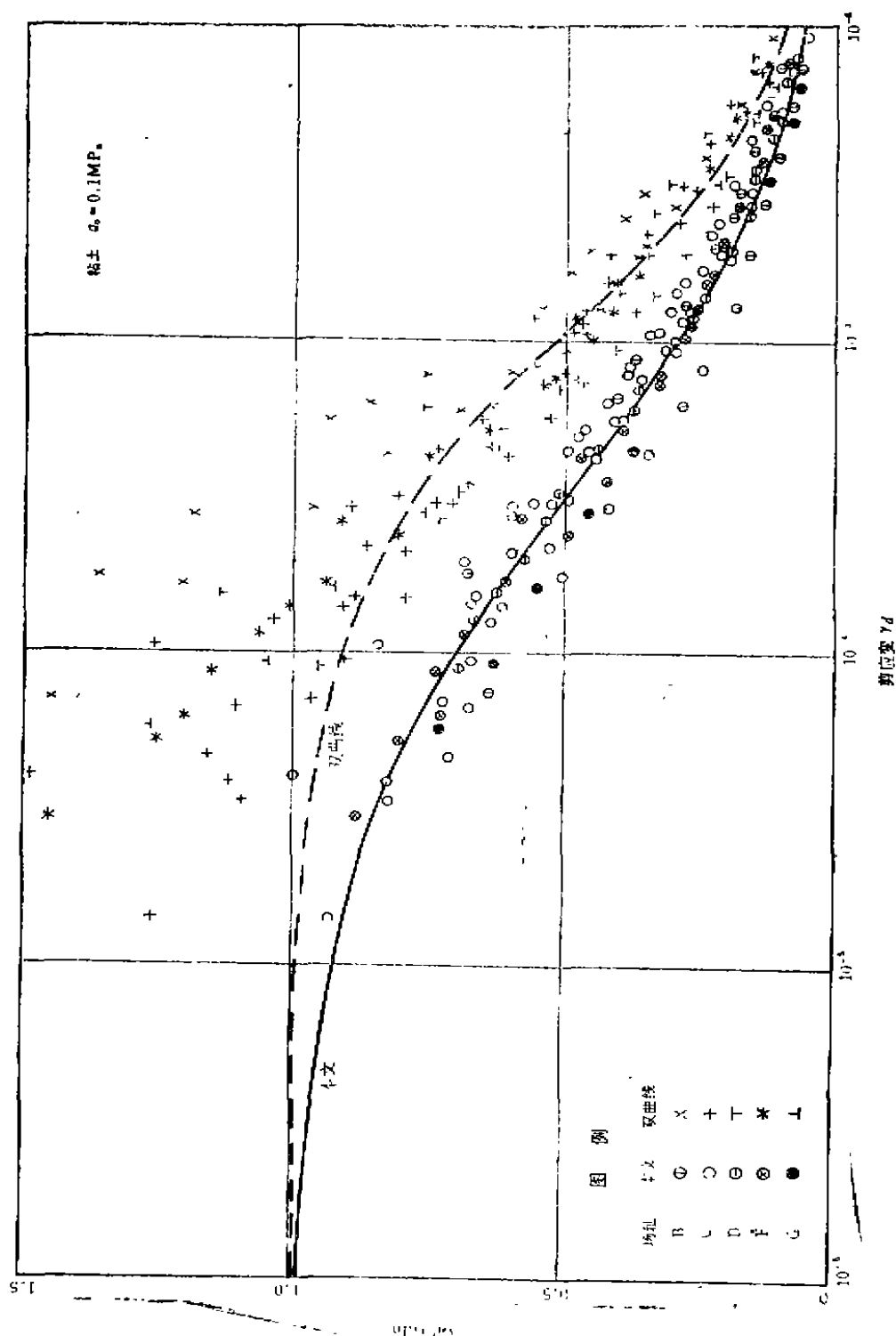


图 4 实验数据拟合的综合图

Fig. 4 Synthesis on fitting of test data

良好的线性关系,但粘土和淤泥不再是线性,而是折线,甚至是曲线,折线的斜率随应变幅值增大逐渐减少,说明粘性土的模量小应变时衰减快,大应变时衰减慢,用双曲线模型确定的粘性土的 b_1 值,仅是该斜率的统计平均值,往往小于小变形时的斜率,因此在 $1/G_d$ 轴上的截距偏大,即 a_1 值偏大, G_{dm} 值偏小,从而也就使 G_d/G_{dm} 偏大,甚至出现大于1的不合理现象。这就是双曲线模型产生上述矛盾的原因,也是常见的实验室确定的 G_{dm} 值与现场测定值差别过大的主要原因之一。

广义双曲线模型不再要求 $1/G_d$ 与 r_d 具有线性关系,克服了上述缺点。从图1看出,实验值散点基本上都落在广义双曲线模型的回归曲线(图中实线)上,而且不再出现 G_d/G_{dm} 大于1的散点。在图2中粘土和淤泥的衰减曲线已落在砂土下方。

图4综合了其他一些场址粘土 $\sigma_0=0.1\text{MPa}$ 的拟合情况。其拟合效果与上述E场址基本相同。

综合上述,可以得出,典型双曲线模型仅能满意地描述砂土的应力应变关系,对粘性土则只能定性而不能定量描述这种关系。广义双曲线模型不仅对砂土,而且对各类土都能满意地描述其应力应变关系。

四、广义双曲线模型的参数

分析中仅把样本粗分为砂土、粘土和淤泥三大类,主要是考虑到,再细分,每类土的样本个数太少,其二,土的颗粒级配和塑性指数对模量和阻尼是次要的影响因素。它们与孔隙比相关,将对模量和阻尼产生间接影响。

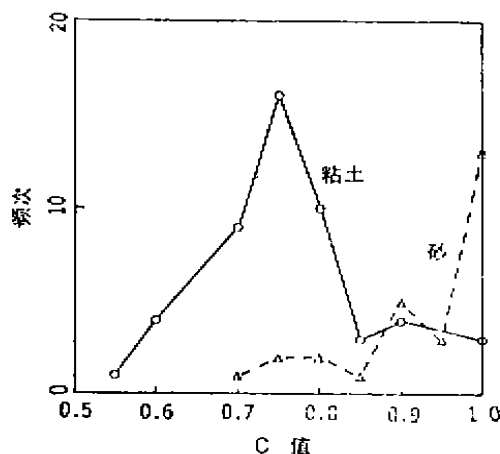


图5 c的频次分布图
Fig. 5 Distribution of c frequencies

1. 参数c

c主要取决于土类,见图5。非粘性土c的统计值绝大部分(0.9~1.0占77.7%)等于1或接近1,可认为c等于1。这样,广义双曲线模型和典型双曲线模型对非粘性土来说是等同的。粘土的c值绝大部分(70%)在0.7~0.8之间,可取为0.75。

2. 参数a和b

参数a和b主要取决于土的围压 σ_0 和孔隙比e,其关系如下

砂土:

$$a_s = \frac{3.52\beta a_s}{F(e) \cdot \sigma_0} \times 10^{-3} \quad (4)$$

$$b_s = \frac{3.52\beta b_s}{F(e) \cdot \sigma_0} \quad (5)$$

粘土:

$$a_c = \frac{1.95 \times 10^{-3}}{F(e) \cdot (\alpha_{ac} + \beta_{ac} \cdot \sigma_0)} \quad (6)$$

$$b_u = \frac{1.95}{F(e)} \cdot \exp(\alpha_{bu} + \beta_{bu} \sqrt{\sigma_0}) \quad (7)$$

式中 $F(e)$ 为文献中常用的孔隙比影响函数

$$F(e) = \frac{(2.973 - e)^2}{1 + e} \quad (8)$$

α 和 β 为回归系数,其值见表3。 a 和 b 的回归曲线与实验结果的拟合程度见图6和图7。可以看出,在低围压时, a 和 b 变化比较迅速。

表3 系数 α 、 β 的统计值
Tab. 3 Statistic values of coefficients α and β

土类	参数	统计容量	α	β	相关系数R
砂	a_s	26	1034.6	2.165	0.83
	b_s	26		2.373	0.87
	B_s	23		-17.1	-0.09
粘土	a_c	40	0.180	0.280	0.82
	b_c	40	1.75	-1.85	0.84

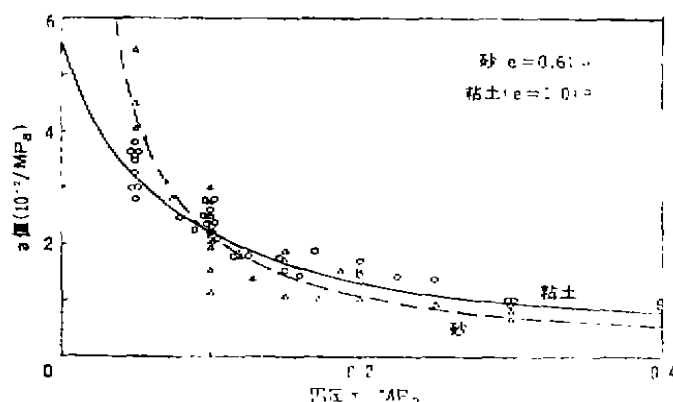


图6 广义双曲线模型 a 值的拟合曲线

Fig. 6 Regression curve of a value for the generalized hyperbola model

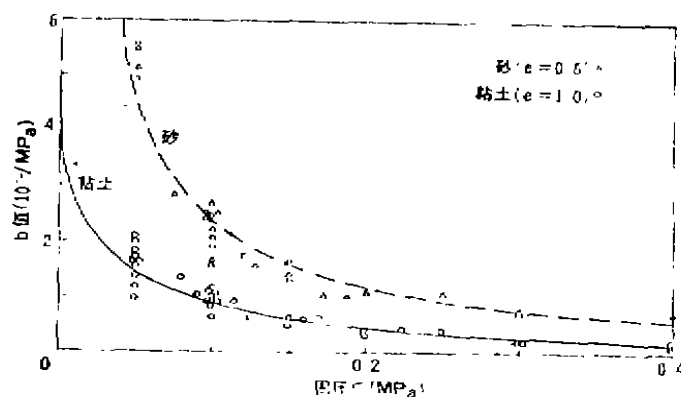


图7 广义双曲线模型 b 值的拟合曲线

Fig. 7 Regression curve of b value for the generalized hyperbola model

上述表达式充分反映了粘性土与非粘性土的特点及其差别。砂土的公式中不包含常数项, 则当围压 $\sigma_0 = 0$ 时, 非粘性土的 $a_s \rightarrow \infty$, 即 $G_{dm} = 0$, 意味着当围压为0时, 非粘性土丧失了刚度。事实上, 当砂土的围压为0时, 已成了一盘散砂, 是不可能承受外力的。在粘土的a和b表达式中, 都有一常数项 α , 表明尽管围压为0, 粘性土还尚存一点刚度, 这反映了粘性土内聚力的作用。

3. 参数B

按定义 $B = b/a$, 可得出

$$\text{砂土} \quad B_s = \frac{\beta_{bs}}{\beta_{as}} = \text{const} \quad (9)$$

$$\text{粘土} \quad B_c = (\alpha_{as} + \beta_{as} \cdot \sigma_0) \exp(\alpha_{bc} + \beta_{bc} \cdot \sigma_0) \quad (10)$$

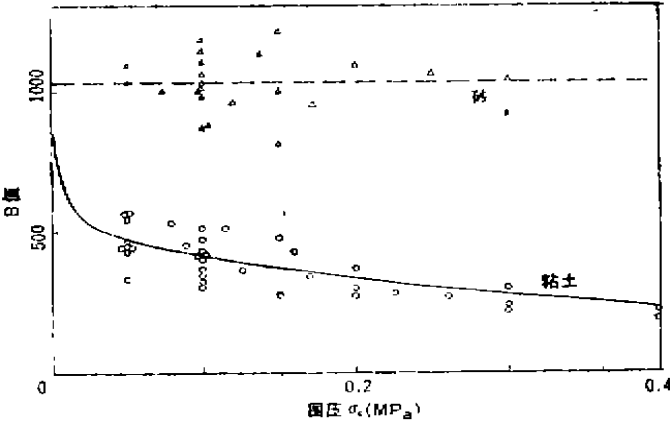


图8 广义双曲线模型B值的拟合曲线
Fig. 8 Regression curve of B value for the generalized hyperbola model

砂土的 B_s 值是一个常数, 与孔隙比及围压均无关。从图8可以看出, 实验分析结果的散点值, 在一定误差范围内, 基本上是一条水平带。根据线性回归分析结果(设 $B_s = \alpha + \beta \sigma_0$), 其常数项为1035, 与 $\beta_{bs}/\beta_{as} = 1096$ 基本相符, 线性项的系数和相关系数都很小(见表3), 显然 B_s 与 σ_0 明显不存在相关关系。

粘土的 B_c 值随围压增大而减小, 低围压时衰减比较快, 见图8。

五、对 比

1. 与现场测试结果的对比

现场最大剪切模量 G_{dm} (现场)是由剪切波速 V_s 推算的($G_{dm} = \rho_s V_s^2$)。现场剪切波速用孔下法测定。实验和现场测定的 G_{dm} 的对比见图9和表4。从对比结果可以看出, 广义双

表4 实验与现场测定值的对比

Tab. 4 Comparison between G_{dm} Values determined by laboratory test and in situ test

土 类	总 数	实 验 与 现 场 G_{dm} 值 之 差			
		$\leq \pm 50\%$		$> \pm 50\%$	
		个 数	%	个 数	%
砂 土	5	5	100	0	0
粘 土	13	3	23.1	10	76.9
土		10	76.9	3	23.1

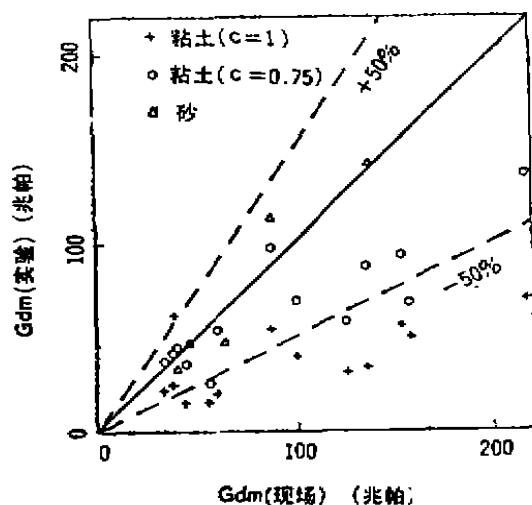


图9 实验室与现场测定 G_{dm} 值的对比
Fig. 9 Comparison between G_{dm} values determined by laboratory test and in-situ test

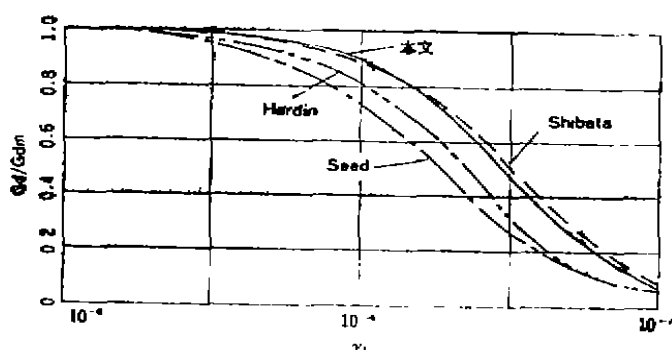


图10 砂土模量比衰减曲线
Fig. 10 Attenuation curves of modulus ratio for sand

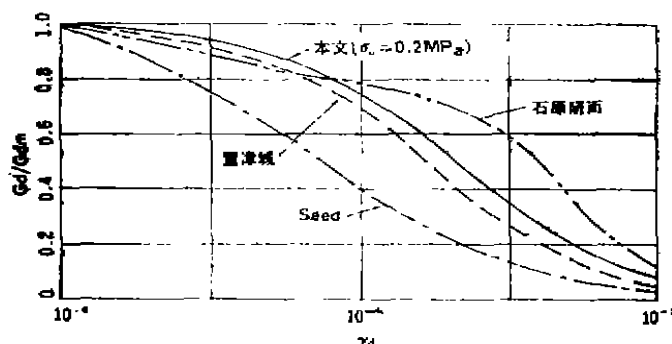


图11 粘土的模量比衰减曲线
Fig. 11 Attenuation curves of modulus ratio for clay

曲线模型确定的 G_{dm} 值比典型双曲线模确定的值更为接近现场测定值。

从图9还可以看出, 在对角线右下方的实验点居多, 即实验室测定的 G_{dm} 比现场测定值小的机率大。其负差值可达-55%左右, 而正差值仅为10%左右。一般可以认为, 现场测定的 G_{dm} 值是无偏估计值, 因此, 实验室测定的 G_{dm} 一般是有偏的估计。产生这种偏度误差的原因是, 采样和试验的扰动以及边界条件的差别等。从本文的实验结果评估, 实验室测定的 G_{dm} 值的偏度误差约为20%左右, 随机误差为35%左右。

2. 与常见衰减曲线对比

图10和图11分别给出本文得出的和文献〔1〕、〔2〕、〔7〕常见的模量比(G_d/G_{dm})衰减曲线的对比。

六、阻 尼

在规则循环荷载作用下, 土的阻尼 D_d 随应变幅值增大而增大, 并满足如下关系

$$D_d = D_{max} (1 - G_d/G_{dm}) \quad (11)$$

在双对数坐标图中, 一部分试样的 $\lg D_d$ 与 $\lg (1 - G_d/G_{dm})$ 具有良好的线性关系, 另一部分试样虽然离散性较大, 但其线性关系的趋势还是清楚可见。按 $\lg D_d = \lg D_{max} + n \lg (1 - G_d/G_{dm})$, 即设 $D_d = D_{max} (1 - G_d/G_{dm})^n$, 由双对数坐标图求出 D_{max} 和 n 值, 所得结果列于表5。从所得结果可以看出, 砂土 n 值的总平均值为1.10, 80%以上的 n 值在0.7~1.3之间, 该区间的平均值为1.01, 粘土 n 的总平均值为1.19, 70%以上 n

值落在0.7~1.3之间, 该区间的平均值为1.06。据此, 可以认为 n 值为1, 因此, 阻尼与剪切模量之间满足(11)式的关系。

本文未能取得最大阻尼 D_{max} 与围压及孔隙比等因素之间的规律性关系, 但初步得出, 砂土的 D_{max} 比粘土大, 砂土的 D_{max} 在0.21~0.25之间, 粘土在0.17~0.20之间。

表5 n 和 D_{max} 值
Tab. 5 The values of n and D_{max}

土类	项 目	试样总数	n			D_{max}			
			<0.7	0.7~1.3	>1.3	<0.17	0.17~0.20	0.21~0.25	>0.25
砂 土	频次数	17		15	2	1	3	11	2
	百分比 %			88.2	11.8	5.9	17.6	64.7	11.8
	区段平均值			1.01					
	总平均值			1.10					
粘 土	频次数	32		23	9	2	22	6	2
	百分比 %			71.9	28.1	6.25	88.8	18.7	6.25
	区段平均值			1.06					
	总平均值			1.19					

七、结 语

在等幅循环荷载作用下, 土的动模量随应变幅值增大而减小, 其衰减速率粘性土比非粘性土快。阻尼随应变幅值增大而增大, 最大阻尼值 D_{max} 非粘性土比粘性土大。

广义双曲线模型能满意地描述各类土的动剪模量与应变幅值之间的关系。该模型的幂指数 c 主要取决于土类。 a 和 b 则与围压及孔隙比有关, 本文分别对砂土和粘土给出了它们的统计表达式(式4~式7), 这些表达式充分反映了粘性土和非粘性土的特性及其差别。

实验室测定的 G_{sm} 值是最大剪切模量的有偏估计值, 其偏度误差为20%左右, 因此其值往往小于现场测定值, 其差在-50%至10%之间。

参 考 文 献

- (1) 王志良、王余庆、韩清宇, 不规则循环剪切荷载作用下土的粘弹塑性模型, 岩土工程学报, 1980, 2(3)。
- (2) 李小军、廖振鹏, 土应力应变关系的粘—弹—塑模型, 地震工程与工程振动, 1989, 9(3)。
- (3) 谢君斐、石兆吉, 原状饱和土动力性能的试验研究, 《中国科学院工程力学研究所地震工程研究报告第三集》, 科学出版社, 1977。
- (4) I. Arango, Y. Moriwahi and L. Brown, In-Situ and Laboratory Shear Wave Velocity

- and Modulus, Earthquake Engineering and Soil Dynamics Vol, 1 June 19-21 1978 Pasadena CA.
- [5] B. O. Hardin and V. P. Drnevich, Shear Modulus and Damping in Soil, Measurement and Parameter Effects, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE Vol. 98 No SM6 June 1972.
- [6] B. O. Hardin and V. P. Drnevich, Shear Modulus and Damping in Soil, Design Equations and Curves, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE Vol 98 No. SM7 July 1972.
- [7] M. A. Sherif and Ishibashi, Soil Dynamics Considerations for Microzonation, selected papers on Engineering Seismology and Earthquake Engineering Vol 3 P250.

DYNAMIC MODULUS AND DAMPING OF SOIL UNDER CYCLIC LOADING WITH EQUAL AMPLITUDES

Mu Chongyuan Chang Baoqi Wu Jinguang and Shi Yong
(Seismological Bureau of Guangdong Province)

[Abstract] Analytical study of the relationship between dynamic modulus, damping and strain amplitude of soil under cyclic loading of equal amplitudes are carried out in the paper on the basis of dynamic triaxial test data of 81 samples at 8 sites in South China. The test data have been also compared with those in situ tests. A generalized hyperbola model describing more satisfactorily the relationship between stress and strain of all various soils is proposed according to the analysis results. The model retains the following advantages, simple in form and clear physical concept in parameters. statistic expressions of the parameters in model are given for sand and clay respectively. These expressions obviously reflects the characteristics of cohesive soil and non-cohesive soil and their difference.

[Key words] Dynamic property of soil, Dynamic modulus, Damping, Generalized hyperbola model