

# 地震危险性分析的双态随机发生模型

汪梦甫

(湖南大学)

**摘要** 根据我国各地震区历史地震活动的时间分布特征,本文提出了一种适用性较强的双态随机发生模型。由于泊松模型在工程中已广泛应用,本文着重讨论了双态泊松模型,并发展了一种估计双态泊松模型参数的贝叶斯方法。

**关键词** 地震危险性分析 双态随机发生模型 不确定性分析 简化计算公式

## 一、前言

在地震危险性分析中,地震发生模型的选择十分重要。目前常用的地震发生模型是泊松模型和马尔可夫模型。泊松模型假定地震事件在时间和空间上的分布相互独立,在同一地点同一时刻发生两次或两次以上地震事件的概率接近于零。泊松模型主要包括齐次泊松模型,双态泊松模型,其中齐次泊松模型因其简单而被工程界广为接受。马尔可夫模型以地震发生的弹性回跳理论为根据,从区域历史地震资料中寻求各次大地震之间的相互依赖性,并据此预测区域未来大地震发生的危险性。马尔可夫模型主要包括,齐次马尔可夫模型、半马尔可夫模型、马尔可夫模型。泊松模型、马尔可夫模型都是根据历史地震资料来预测区域的地震危险性,其实质都是区域未来地震活动的一种数学描述。由于地震发生受区域多种因素的影响,远非泊松模型、马尔可夫模型所能全部描述,从历史地震资料的分析来看,不同区域所遵循的地震发生的统计规律可能不同。

本文在对我国各地震区历史地震活动进行研究后发现,我国各地震区地震活动普遍存在着阶段性、周期性的特点,据此,本文提出了一种适用性较强的双态随机发生模型,并用逻辑树方法分析了其不确定性。另外,笔者对双态随机模型的特例—双态泊松模型作了讨论,首次用贝叶斯方法估计双态泊松模型的参数。

## 二、我国各地震区历史地震活动的时间分布特征

我国是一个多地震的国家,有较丰富的历史地震资料,公元前1177年即有地震记载。为了满足工程建设中抗震设计的需要,1983年,国家地震局及有关单位组织力量编辑出版了《中国地震目录》,近年来,各省地震局相继发表了本省震级 $M \geq 4.0$ 的历史地震目录,应用这些地震目录,地震工作者对我国各地震区地震活动特征进行了广泛的研究,取得了可喜的成果,本节分析总结了该领域的主要成果,重点阐述了地震活动的时间分布特征。

### 1. 地震活动的周期性特征

大量的研究表明,我国大陆东部地震区、西部地震区的地震活跃时段的持续时间和间隔时段是较为稳定的,如华北地震亚区的地震活跃时段的持续时间为160—250年、间隔时段为85—115年,从而存在300年左右的地震活动周期。此外,研究者还发现,强度相近的地震,其发生的时间间隔有较好的重复性,如华北地震亚区震级 $M \geq 7.0$ 级的地震的活动周期为135—139年。表1列出了我国东部地震区各地震亚区的地震活动周期。

表1 我国东部地震区各地震亚区的地震活动周期及其主要地震活动性指标  
Table 1 Period and the main target of seismic activity at the  
area of east China

地震亚区名称	地震活跃期			地震平静期	
	持续时间	最大震级	地震次数 ( $M \geq 5$ )	持续时间	最大震级
华北平原地震亚区	160—250年	7.8—8.5	—	85—115年	$\leq 6.5$
郯庐地震亚区	140—170年	7.5—8.5	13—14	170年	$\leq 6.5$
杨桐地震亚区	260—270年	6.0—7.0	8—18	80—100年	$\leq 6.5$
闽粤地震亚区	200—220年	7.5—8.0	22—35	60—80年	$\leq 6.5$
山西地震亚区	70—250年	7.0—8.0	8—15	80—150年	$\leq 6.5$

### 2. 地震活动的阶段性特征

从各地震区的 $M-t$ 图、应变释放曲线不难发现,我国各地震区内地震活动在时间分布上存在着“显著活动”与“相对平静”交替出现的现象,表1列出了我国东部地震区的具体数值。当地震区处在相对平静时期,虽也发生一些地震,但强度小、频度低;而到了显著活跃时期,则地震强度大、频度高。

地震学理论认为,地震活动的发展过程从根本上说是应变的积累和释放的过程。同一地震区的每一地震活动期按应变释放程度基本上可分为四个发展阶段,即应变积累阶段、应变释放的加速阶段、应变大释放阶段和应变剩余释放阶段,处于不同阶段的地震活动具有不同特点和危险性。在地震区的工程建设中,恰当地考虑地震活动在时间上的这种不平稳性,显然具有十分重要的经济意义。

### 3. 地震活动的随机特征

在对各地震区所经历的各地震活动期内的几种主要的地震活动指标(如活跃时段、震级的最大值、各档震级的地震发生次数等)进行比较后发现,不同活动期内的地震活动总貌虽有一定的重演性,但某些活动特征仍存在某种差异,这就是地震活动的随机特征,产生这种随机性的原因可归结为历史地震资料的不完备以及地震活动过程的复杂性。

## 三、地震危险性分析双态随机模型的计算方法

### 1. 地震危险性分析双态随机模型的计算公式

设  $Y$ 、 $\hat{y}$  分别表示地震动参数、给定的对应于地震动参数  $Y$  的数值, 假定:

- ①各地震区地震活动的周期性、阶段性等特征在未来地震活动中同样遵循;
- ②地震区在“相对活跃段”和“平静段”内的地震发生符合某种随机模型;
- ③各地震区不同地震活动周期之间, 同一地震活动周期中的“相对活跃段”和“平静段”内的地震活动相互独立。

场地在所有潜在震源  $E_1, \dots, E_n$  影响下, 未来  $T$  年内的地震动参数的超越概率:

$$P(Y \geq \hat{y} | T) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(Y \geq \hat{y} | E_i, T)) \quad (1)$$

式中,  $P(Y \geq \hat{y} | E_i, T)$  表示单个震源  $E_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 影响下, 未来  $T$  年内给定场地的地震动参数的超越概率, 即:

$$P(Y \geq \hat{y} | E_i, T) = 1 - \left( \sum_{K=0}^{\infty} (1 - P_{1x}(T \geq \hat{y} | E_i))^K P(K, x | E_i) \right) \cdot \left( \sum_{K=0}^{\infty} (1 - P_{1T-x}(Y \geq \hat{y} | E_i))^K P(K, (x, T) | E_i) \right) \quad (2)$$

式中,  $x$  是“活跃段”与“平静段”的边界年限,  $P_{1x}(Y \geq \hat{y} | E_i)$ 、 $P_{1T-x}(Y \geq \hat{y} | E_i)$  分别表示震源  $E_i$  发生一次地震, 给定场地在“相对活跃段”(或平静段)与“平静段”(或相对活跃段)的地震动参数的超越概率, 其具体计算参见〔2〕。 $P(K, x | E_i)$ 、 $P(K, (x, T) | E_i)$  分别表示震源  $E_i$  在两个不同活动段中发生  $K$  次  $M \geq M_0$  (起始震级) 的地震的概率。

## 2. 地震危险性的不确定性分析

从表 1 可知, 各地震区地震活动性指标是在一定区间内变化的, 是一非确定的数值, 因此, 地震危险性曲线是非确定的, 为了准确描述地震危险性的不确定性, 用逻辑树形式表示地震活动性指标的变化对地震危险性的影响, 如图 1 所示。

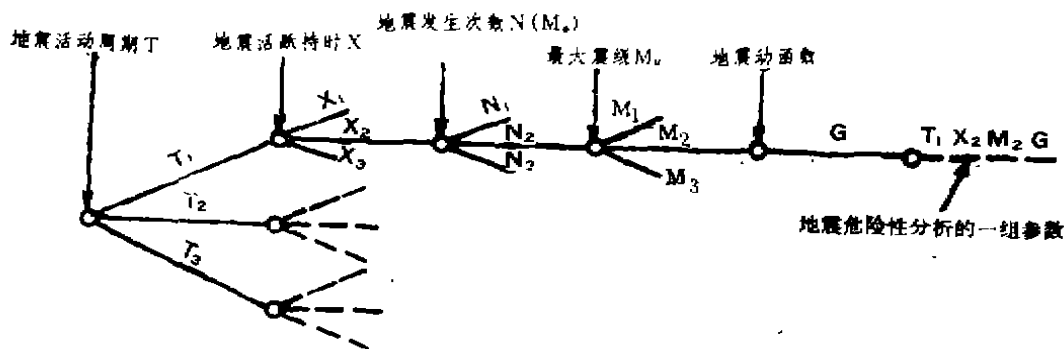


图 1. 地震危险性分析中不确定参数的逻辑树

Fig. 1 The logical tree of uncertain parameter in the analysis of seismic hazard

树的每一节点都表示一种不确定性来源, 代表一未知的性状, 而每个分枝代表那种

性状一种离散的可能性, 从一个节点发出的分枝组代表可能的选择范围, 且假定主观估计概率的总和为 1。每一终分枝描述一组可作为地震危险性分析的参数值, 相应于每一个终分枝, 有一条地震危险性曲线, 与相应地震危险性曲线相联系的概率是与根节点到终节点所有中间分枝相联系的概率的乘积。

对于每一终分枝, 由 (1)、(2) 两式可计算得到一条地震危险性曲线, 即地震动参数的超越概率  $P(Y \geq \hat{y})$ , 设其可能出现的概率为  $P_s$ , 相应于逻辑树上所有终分枝, 可得到与之对应的地震危险性曲线簇, 设其数目为  $n$ , 则地震动参数的超越概率为:

$$P(Y \geq \hat{y}) = \sum_{s=1}^n P(Y \geq \hat{y})_s P_s \quad (3)$$

#### 四、地震危险性双态泊松模型的计算

双态泊松模型是一种简单的双态随机模型, 上节的计算公式均适用。

假定地震发生在两个不同阶段遵从泊松分布, 则“相对活跃段”(“平静段”)与“平静段”(“相对活跃段”)内地震动参数的超越概率可表示为:

$$P(Y \geq \hat{y} | (0, x)) \approx \sum_{i=1}^n x \gamma_{ix} \int_{M_0}^{M_{ux}} P(Y \geq \hat{y} | E_{i,M}) f_{Mx}(M) dM \quad (4)$$

$$P(Y \geq \hat{y} | (x, T)) \approx \sum_{i=1}^n (T-x) \gamma_{iT-x} \int_{M_0}^{M_{uT-x}} P(Y \geq \hat{y} | E_{i,M}) \cdot f_{MT-x}(M) dM \quad (5)$$

$$\text{式中, } f_M(M) = \begin{cases} \frac{\beta \exp(-\beta(M-M_0))}{1 - \exp(-\beta(M_u-M_0))} & M_0 \leq M \leq M_u \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

$\gamma_{ix}$ 、 $\gamma_{iT-x}$  分别为第  $i$  个潜在震源区在时段  $(0, x)$  与  $(x, T)$  内的地震年平均发生率;  $f_{Mx}(M)$ 、 $f_{MT-x}(M)$  分别表示时段  $(0, x)$  与时段  $(x, T)$  内的震级概率密度函数;  $M_0$ 、 $M_u$  分别是起始震级与震级上限,  $\beta$  是震级频度曲线斜率。

双态泊松模型的地震危险性的不确定性也可用逻辑树表示, 逻辑树概括了地震活动周期、地震活动性参数 ( $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $M_0$ ) 等物理量的多种可能的情况, 以此为根据进行不确定性分析能较全面的反映实际情况。

#### 五、用贝叶斯方法估计双态泊松模型的参数

由于地震活动期的划分主要是以震级上限、地震发生次数为标志。因此, 即使边界年限发生微小的变化, 震级上限、地震发生次数也能保持不变, 可以认为, 这些参数在不同活动段内是相互独立的。

假定地震活跃段（或平静段）的地震活动性参数 $\theta$ （ $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $M_0$ ）为随机变量，以地震地质资料、历史地震资料为依据，设其先验分布为 $f'(\theta)$ ，利用近期地震资料，按贝叶斯方法对 $f'(\theta)$ 进行修正得 $\theta$ 的后验分布 $f''(\theta)$ 。

取参数 $\theta$ 的先验分布为Gamma分布：

$$f'(\theta) = \begin{cases} \frac{\lambda (\lambda \theta)^{\alpha-1} e^{-\lambda \theta}}{\Gamma(\alpha)} & \theta > 0 \\ 0 & \theta \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

其中  $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} u^{\alpha-1} e^{-u} du$ ， $\alpha$ 、 $\lambda$ 是分布参数，可由下列各式确定，

$$\alpha = \left( \frac{\bar{\theta}}{\sigma_{\theta}^2} \right)^2, \quad \lambda = \frac{\bar{\theta}}{\sigma_{\theta}^2} \quad (8)$$

$\bar{\theta}$ 、 $\sigma_{\theta}^2$  分别是 $\theta$ 的均值与均方差；它可由专家综合地震地质、地球物理、历史地震等多种信息而确定。

由于Gamma分布与泊松型、指数型分布共轭， $\theta$ 的后验分布也是Gamma分布，此时：

$$f''(\theta) = \begin{cases} \frac{\lambda' (\lambda' \theta)^{\alpha'-1} e^{-\lambda' \theta}}{\Gamma(\alpha')} & \theta > 0 \\ 0 & \theta \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

后验分布与先验分布参数之间的关系为：

对于参数 $\gamma$ ：

$$\alpha'_{\gamma} = N + \frac{\gamma^2}{\sigma_{\gamma}^2}, \quad \lambda'_{\gamma} = T + \frac{\gamma^2}{\sigma_{\gamma}^2} \quad (10)$$

对于参数 $\beta$ ：

$$\alpha'_{\beta} = N + \frac{\beta^2}{\sigma_{\beta}^2}, \quad \lambda'_{\beta} = \sum_{i=1}^N (m_i - m_0) + \frac{\beta}{\sigma_{\beta}^2} \quad (11)$$

式中， $N$ 是 $T$ 年内实际观测到的震级 $M \geq M_0$ 的地震次数。

利用 $\gamma$ 、 $\beta$ 的后验分布，可得修正后的泊松随机发生模型、频度—震级指数分布为：

$$P(N | t) = \frac{\Gamma(N + \alpha'_{\gamma})}{N! \Gamma(\alpha'_{\gamma})} \left( \frac{\lambda'_{\gamma}}{t + \lambda'_{\gamma}} \right)^{\alpha'_{\gamma}} \left( \frac{t}{t + \lambda'_{\gamma}} \right)^N \quad (12)$$

$$F(m) = \begin{cases} 1 & m > m_u \\ 1 - \left( \frac{\lambda'_\beta}{\lambda'_\beta + (m - m_0)} \right)^{\alpha'_\beta} & m_0 \leq m \leq m_u \\ 1 - \left( \frac{\lambda'_\beta}{\lambda'_\beta + (m_u - m_0)} \right)^{\alpha'_\beta} & m_0 > m \\ 0 & \end{cases} \quad (13)$$

假若地震活动期内地震活跃段与平静段的边界 $x$ 是确定的, 只须将式(12)、(13)代入式(1)、(2)即可计算得到地震动参数的超越概率。由于 $x$ 实际上是在一定区间内变化的, 设其为随机变量, 则:

$$P(Y \geq \hat{y}) = \int_0^{T_{\max} - T_{\min}} P(Y \geq \hat{y} | x) f_x(x) dx \quad (14)$$

$f(x)$ 是 $x$ 的概率密度函数, 其具体计算见〔4〕。

## 六、结 论

1. 本文的研究表明, 我国各地震区的地震活动普遍存在周期性、阶段性的特点, 因此, 采用双态随机模型作为各地震区的发生模型是合适的。

2. 本文给出了双态随机模型的地震危险性分析的计算公式, 并用逻辑树方法较为细致的刻划了双态随机模型的各种不确定性因素, 得到了不确定性分析的计算公式。

3. 本文用贝叶斯方法估计双态泊松模型的参数, 简化了双态泊松模型的不确定性计算, 使得双态泊松模型也能融入区域地震地质、地球物理等方面的信息, 并考虑专家的主观判断。

至于该模型在工程中的应用, 限于篇幅, 作者拟另文介绍。

## 参 考 文 献

- 〔1〕 H. C. Shah, 陆卫斌, 张伟民, 地震危险性分析中贝叶斯模型的意义及其应用, 地震工程与工程振动, 第2卷, 第4期, 1982。
- 〔2〕 王梦甫, 地震危险性分析的衰减模型, 地震学报, 第3期, 1988。
- 〔3〕 Wang Mengfu and Zhang Zaiyong, Improved method of Seismic hazard assessment and its application, Proc. of International Seminar on Seismic Zonation, Edited by State Seismological Bureau, PRC.
- 〔4〕 王惠强, 陈述生, 地震危险性分析中双态泊松模型的简化计算, 地震工程与工程振动, 第9卷, 卷1期, 1989。

- [5] Zhang YingZhen, Ma Zongjin, Division of Seismic region and Seismic Period in eastern China and their implication in Seismic Zonation, Proc. of International Seminar On Seismic Zonation, Edited by State Seismological Bureau, PRC.
- [6] Ding yuanZhan, Li Ping and Shi ZhenLiang, The Seismic risk of northern Hainan island, proc. of International Seminar On Seismic Zonation, Edited by State Seismological Bureau, PRC.

## A TWO-STATE OCCURRENCE MODEL OF SEISMIC HAZARD ANALYSIS

Wang Menfu

( Hunan University )

[Abstract] In this paper, based on the characteristics of time distribution for seismic region in China, the author proposed a two-state random occurrence model. Since Poisson model have been used widely in engineering practice, this paper mainly discusses the two-state Poisson model. Besides, a Bayes method to estimate the parameters of the two-state Poisson model is presented.

[Key words] Seismic hazard analysis, A two-state occurrence model, Uncertain analysis, Simplify calculating formula