

水诱发地震应力场初步探讨¹⁾

曾心传 高士钧

(国家地震局地震研究所)

提 要

本文对国内外21个水诱发地震事例的震级—断层破裂长度关系进行回归分析,然后利用断裂力学方法,研究理论震级—断层破裂长度的关系,发现在水库地震的情形里,区域剪应力场的强度水平可以大大小于构造地震的区域剪应力场的强度水平,同时,发现在因库水位下降而触发水库地震的情形里,库水水位的减小量可以小于库水位上升触发地震情形里库水水位的增加量,最后,对注水地震的注水压力进行了讨论。

一、引 言

在文献^[1]中,高夫指出:关于在原先有断层的岩体上由于有一个人工湖而可激发地震活动增加的方式,有三种途径:a.由于地表上附加水荷载而产生的剪应力的直接效应;b.触发地层内大的初始应力释放的附加应力的间接效应;c.在盆地和相当大的邻区使岩体内孔隙和裂面中的水压力增加而触发地震的效应。同时,高夫又证明,3级以下的小震,震源可能接近地表,因此可能由库水荷载产生的剪应力直接诱发出这些小震而无需初应力接近临界值;然而,大于一定震级的地震(例如4级或5级),较高的初应力是必须的,由水库诱发的 $M \geq 4$ 的地震,只能由触发过程所诱发¹⁾。至于此触发机制,则多利用由斯若^[2]引入水库地震研究具有库仓摩擦的断层的摩尔破坏准则。

对于构造地震,陈培善^[3]利用断裂力学的方法,得出结论:发生一定量级强度的地震,区域剪应力的平均值应当为100巴左右或稍大些。对于水库地震,高夫²⁾根据震级与岩石中包含大部分弹性势能的大应变区的体积的关系得出:对于 $M=5$ 的地震,震源深度至少为1公里, $M=6$ 时,至少为3公里。进而他又根据岩石的自重和直立断层的抗剪强度得出结论:为了使1公里以下的浸湿的直立断层达到破裂,几十巴的初始区域剪应力是需要的。

地应力测量和水压致裂法是研究区域应力方向和量值最直接的方法,但由于它们需要大

1) 地震科学联合基金资助项目,1988年11月20日收稿

2) 高夫、D. F. 诱发地震,水库地震文集(2):广东省地震研究所水库地震研究室,1980、4

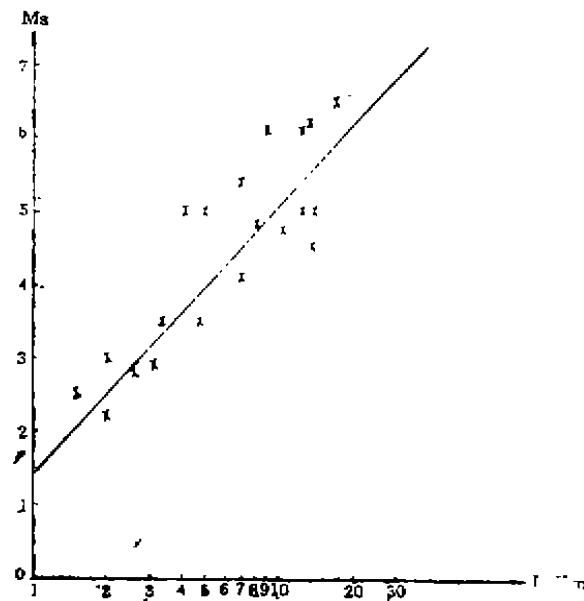


图1 水诱发地震震级与发震断层长度关系图

Fig. 1 Relation of magnitude-earthquake fault length for water induced earthquakes.

量投资,有些技术问题亦比较复杂,因此,除了需要对区域应力作专门研究的大工程和研究项目利用它们而外,一般均采用其它方法对区域应力的强度作大致的估计。本文中,笔者们对国内外21个水诱发地震事例的震级—断层破裂长度关系进行回归分析,然后利用力学方法,对水诱发地震的区域应力场和孔隙水压力条件进行一些初步探讨,对这两种力场的平均强度作一粗略估计。

二、震级—断层破裂长度关系

表1中列出了我们收集到的国内外21例水诱发地震的震级和发震断层长度等数据。根据这些数,对震级和断层长度的关系进行分系回归,得到

$$M_s = 3.45 \log L + 1.76 \quad (1)$$

式中, L 是发震断层的长度,以公里为单位。图1中示出了表1所列的各次地震和用式(1)表示的震级—发震断层长度回归关系式。从图可见,尽管点子比较分散,但震级与发震断层长度之间的趋势性关系还是明显的。

对于构造地震,文献^[3]根据美洲6.6以上地震和中国部分大地震的资料进行回归分析,得到:

$$M_s = -\frac{4}{3} \log L + 5.0 \quad (\text{对于 } M \geq 6.6 \text{ 的地震}) \quad (2a)$$

$$M_s = +2. \log L + 3.7 \quad (\text{对于 } M < 6.6 \text{ 的地震}) \quad (2b)$$

郭增建等在研究甘肃嘉峪关地区的地震时,总结出如下公式¹⁾:

1) 地震烈度的鉴定,国家地震局,1974. 8.

$$M_s = 2.1 \log L + 3.3$$

(2c)

李安然等^[4]对湖北河、南地区的地震资料进行分析, 提出如下经验公式:

$$M_s = 2.5 \log L + 2.0$$

(2d)

$$M_s = 1.5 \log L + 3.3$$

(2e)

比较公式(1)和(2)可见, 水诱发地震情形里的震级—发震断层长度关系具有比对于构造地震的同一关系为大的斜率, 但截距明显地小。

根据表1所列出的13个地震的震级、震源深度和震中烈度的资料, 利用最小二乘法, 我们对于水诱发地震得到震级—震源深度—震中烈度的如下经验关系式:

表1 水诱发地震震源参数表

Table. 1 Focus parameters of Some water induced earthquakes

编号	地震名称	震级 M_s	断层长度 (公里)	震源深度 (公里)	震中烈度	发震时间
1	黄石水库	1.3	<3	2	IV	1973.7.21
2	丹江水库	4.7	8	5~9	VII	1973.11.27
3	乌溪江水库	2.8	2.6	<3	V	1979.10.7
4	前进水库	3.0	2.0	2	V	1971.10.20
5	参窝水库	4.8	8.3	6	VI	1974.12.22
6	新丰江水库	6.1	9.0	5	VII	1962.3.19
7	柯依纳水库	6.5	17	5—8	VII	1967.12.10
8	蒙特纳尔水库	5.0	12.5	浅	VII	1963.4.25
9	巴耶纳水库	4.5~5.0	10.5	7	VI	1967.7.3
10	奥罗维尔水库	5.4	7	5.8~8	VII	1975.8.1
11	蒙蒂瓦洛水库	2.8~3.0	3.1	浅		1978.2.8
12	卡里巴水库	6.1	12.5	6~8	VII	1963.9.23
13	克里马斯塔	6.2	13.5	10	VII	1966.2.5
14	米德湖	5.0	5	5~6		1939.5
15	代尔注水地震	>1.5	<5	浅		1972.8
16	他宾戈水库	3.5	<5	浅		1973.1.6
17	马拉松水库	5.0	<15	浅		1938.
18	努烈克水库	4.5	<15	5		1972.11
19	釜房水库	2.5	1.5	3		1970.4
20	魁北克3号坝	4.1	<7	<3		1975.10.23
21	乌江渡水库	1.4	3	1	IV~V	1980.6.20

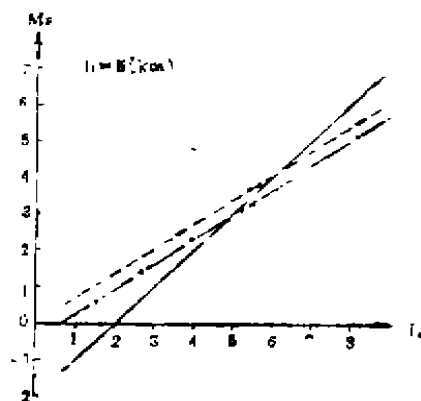


图2 震源深度一定情况下,震级—震中
烈度关系图

(---公式(3),—·—公式(4a),
.....公式(4b))

Fig. 2 Magnitude-epicentre intensity
relation under a fixed
focus depth (---by (3), —·—by
(4a),by (4b)).

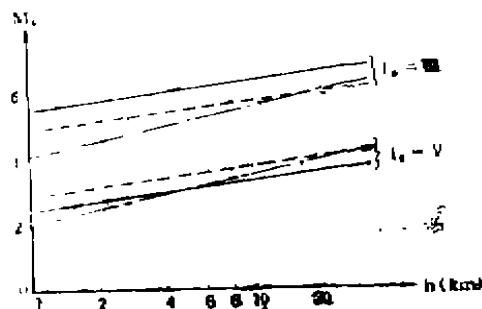


图3 震中烈度一定情况下,震级—震源
深度关系图

(---公式(3),—·—公式(4a),
.....公式(4b))

Fig. 3 Relation of magnitude-focus
depth under two fixed epicentre
intensities (---by (3), —·—by (4a),
.....by (4b))

$$M_s = 1.01 I_0 + 0.79 \log h - 2.59 \quad (3)$$

式中, I_0 是震中烈度, h 是震源深度, 以公里为单位。对于构造地震, 傅承义、梅世蓉分别得到了如下统计关系式¹⁾

$$M_s = 0.68 I_0 + 1.39 \log h - 1.40 \quad (4a)$$

$$M_s = \frac{2}{3} I_0 + \frac{4}{5} \log h - 0.5 \quad (4b)$$

图2和图3中给出了震源深度一定和震中烈度一定情况下震级和震中烈度关系及震级和震源深度的关系。从图可见, 在震源深度一定的情况下, 对于低震中烈度, 同样震级的水诱发地震将产生比构造地震为大的震中烈度; 对于高震中烈度, 则同样震级的水诱发地震将产生比构造地震为小的震中烈度。同时可见, 对于一定的低震中烈度, 同样震级的水诱发地震将产生在比构造地震震源深度更深的地方; 反之, 对于一定的高震中烈度, 同样震级的水诱发地震的震源深度将比构造地震的震源深度为浅。

笔者们认为, 水诱发地震和构造地震之间的上述各种差异, 大概是由于水诱发地震的震源深度普遍很浅, 以及岩石由于水的作用, 改变了原有的物理—力学性质, 从而使引起水诱发地震的区域应力与构造地震的区域应力产生差异等等原因所致。

三、水诱发地震的区域应力

许多水库地震均存在如下现象: 在水库蓄水初期达到最高水位一段时间发生主震, 以后

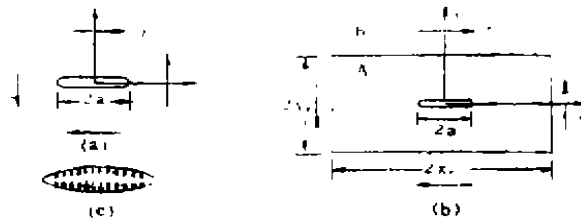


图4 计算模型示意图

Fig. 4 The mechanical model.

则无论水位降低还是再上升均有可能触发地震。例如，新丰江水库蓄水的第一个循环期间（1959—1964），主震和强余震几乎全部发生在高水位期，而1965年以后，较强余震则大部分发生在高水位之后的低水位（见图5^[6]）。本节中，我们就此问题进行讨论。

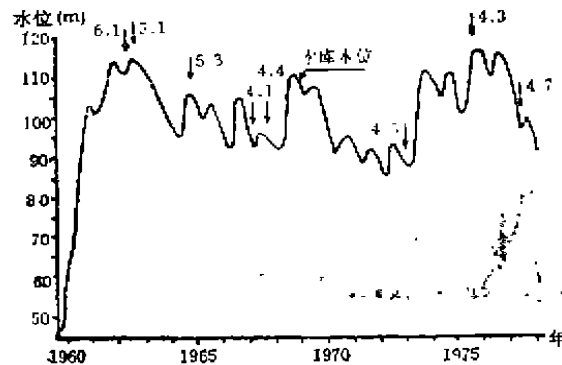


图5 新丰江水库强震活动与水位变化（据丁原章）

Fig. 5 The strong earthquakes and variation of water level for Hsinfengkiang reservoir (by Ref.^[6]).

1. 水库蓄水水位上升的情形

把水库区域假定是一弹性空间，把发震断层假定是此弹性空间中的一条裂缝，同时，此弹性空间的无限远处作用有剪应力 τ_0 （区域剪应力的平均值），如图4 a所示。假定断裂区域由于岩石相当破碎，渗透系数相当高（比如几达西量级），库水很容易渗流入其中，而其周围则是完整岩石，渗透系数相当低（比如几毫达西量级），库水不容易在其中渗流。这样，当蓄水初期或水位下降达到一定高度后一段时期（这时，岩石中的超孔隙水压力已经消散到几乎等于零）再蓄水，由于水位增高及裂缝中的水来不及向周围完整岩石渗入，于是裂缝中的孔隙水压力将作为一压力作用于裂缝壁而使裂缝开张（如图4 c示），设此孔隙压力为 P_0 。

在 τ_0 和 P_0 的作用下，裂缝端部的应力强度因子为

$$K_I = \sqrt{\pi a} P_0, \quad K_{II} = \sqrt{\pi a} \tau_0.$$

于是裂缝体（库区岩体）在地震断时层（裂缝）破裂单位面积释放出的应变能为

$$G(a) = \frac{1-\nu}{2\mu} (K_1^2 + K_{11}^2) = \frac{(1-\nu)\pi a}{2\mu} (P_0^2 + \tau_0^2)$$

式中， μ 和 ν 分别是岩石的剪切模量和泊松比。设地震时所产生的断层破裂长度为 L ，宽度为 D ，则所释放出的总应变能为

$$\varepsilon_T = \int_0^L G(a) d(2a) D = \frac{(1-\nu)\pi}{8\mu} L^2 D (P_0^2 + \tau_0^2)$$

设地震效率为 η ，则地震波能为

$$e_e = \eta \varepsilon_T = \frac{(1-\nu)\pi}{8\mu} L^2 D \eta (P_0^2 + \tau_0^2)$$

对上取对数，再用震级—能量关系式

$$\text{Log} e_e = \alpha_1 M + \alpha_2 \quad (5)$$

可得

$$M = \frac{2}{\alpha_1} \log L + \frac{1}{\alpha_1} \left[\log \frac{(1-\nu)\pi D \eta}{8\mu} (P_0^2 + \tau_0^2) - \alpha_2 \right] \quad (6)$$

将式(6)和对于水库地震的 $M-\log L$ 统计关系式(1)相比较，可得 $\alpha_1 = 0.58$ 。根据前述高夫的论述，3级以下的水库地震，其震源深度多在1公里以内（例如美国蒙蒂瓦洛水库地震，震源深度在0.2公里以内，震级在3级和3级以下），其发震机制是由库水荷载所产生的剪应力直接作用使断层错动，因而和构造地震的发震机制相同，所释放出的地震能量亦就和同震级构造地震所释放出的能量相同。取由库水荷载所产生的剪应力直接作用所产生的水库地震的上限震级 $M=3$ ，对于构造地震， $\alpha'_1=1.5$ ， $\alpha'_2=11.8$ ，于是由 $\alpha_1 M + \alpha_2 = \alpha'_1 M + \alpha'_2$ ，可得 $\alpha_2 = 14.6$ 。

把 α_1 和 α_2 的值代入(6)式，取岩石的剪切模量和泊松比为 $\mu = 3.6 \times 10^{11}$ 达因/厘米²， $\nu = 0.27$ ，地震效率 $\eta = 0.01$ 。由于水库地震震源很浅，一般在几公里深度以内，地震时断层破裂的宽度亦不能很大，一般大约为几百公尺，这里，我们取 $D = 300$ 公尺；在文献^[8]中，对未来三峡水库蓄水深度超过100米时，库底1公里深处可出现3巴¹⁾左右的超孔隙水位压力，取 $P_0 = 3$ 巴。把上述各数值代入(6)式并和(1)式比较，可得 $\tau_0 = 42$ 巴。对于构造地震，文献^[8]利用国内外29个地震的资料，算得区域平均剪应力强度大约为 $\tau_0 = 100$ 巴。由此可见，产生水库地震所需要的平均区域剪应力强度可以大大小于构造地震所需要的区域剪应力强度，这亦是为什么在低地震活动区同样有诱发水库地震的原因。

2. 库水位下降的情形

饱水孔隙弹性介质平面应变问题的平衡方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{\sigma}_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{\sigma}_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 $\bar{\sigma}_{ij}$ 和 \bar{p} 分别是作用于固相骨架上的有效应力和液相水上的平均超孔隙水压力。用位移表

1) 1巴=10⁵Pa(以下同)

示的胡克定律为

$$\begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{xx} \\ \bar{\sigma}_{yy} \\ \bar{\sigma}_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & \frac{\nu}{1-2\nu} \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{1-2\nu} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中, E是岩石的弹性模量。代(8)式入(7)式, 得

$$\left. \begin{aligned} \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right] + \frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} &= 0 \\ \frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\nu \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + (1-\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] + \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

从(8)式得岩石骨架上所受的有效体积应力 $\bar{\sigma}$ 和体应变 ϵ 间存在下面关系:

$$\bar{\sigma} = \sigma - \bar{p} = \frac{1}{2} (\bar{\sigma}_{xx} + \bar{\sigma}_{yy}) = K\epsilon, \quad K = \frac{E}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (10)$$

式中, σ 为总体积应力。对于各向同性材料, 岩石中渗流的达西定律为

$$v_x = \frac{R}{r_w} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}, \quad v_y = \frac{R}{r_w} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \quad (11)$$

式中, v_x 和 v_y 为水在x、y方向上的流速, R为渗透系数, r_w 为单位体积水重。由连续性条件, 单位岩石中水的流出率必须等于岩石的体积减少率, 即

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = - \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) = - \frac{R}{r_w} \nabla^2 \bar{p} \quad (12)$$

式中, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ 。将(10)对t微分, 代入(6)式, 并根据Rendulic的假设:

岩石中各点处的 σ 对时间而言是一常数, 即忽略掉了固相和液相之间的耦联效应, 于是可得

$$\nabla^2 \bar{p} = \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{p}}{\partial t}, \quad a = \frac{RK}{r_w} \quad (13)$$

当库水位急剧降低时, 作用于库底岩体上的库水荷载亦相应急剧减小, 从而使库底岩石中由库水荷载所产生的附加总应力亦相应急剧减少; 另一方面, 由于库区岩石孔隙度很小, 一般在0.45左右, 渗透系数相应地亦很小, 一般为几个毫达西, 因而当水位急剧降低时孔隙水来不及很快排出, 孔隙水压力仍保持原来相应于高水位时的值, 这样一来, 库底岩石中的附加有效压应力将急剧降低。显然, 这一效应等价于原有附加总应力不变而孔隙压力急剧增加某一定值。为了简单起见, 假设此附加孔隙水压力瞬时加于区域A(图4b), 于是初始条件为

$$\bar{p} \Big|_{t=0} = \begin{cases} \bar{p}_0, & |x| \leq x_0, \quad |y| \leq y_0 \\ 0, & |x| > x_0, \quad |y| > y_0 \end{cases} \quad (14)$$

现在, 取应力函数 $\varphi(x, y, t)$, 使得

$$u = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad (15)$$

将之代入(9)式, 得

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \nabla^2 \varphi - \bar{p} \right) = 0$$

从上面等式可知, $\left(\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \nabla^2 \varphi - \bar{p} \right)$ 是一常数, 不失一般性, 可以令它等于零, 于是可得

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{2K(1-\nu)} \bar{p} \quad (16)$$

将(16)对 t 微分并考虑到(13)式, 得

$$\nabla^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{R}{2(1-\nu)r_w} \bar{p} \right) = 0 \quad (17)$$

把(15)式代入(8)式, 并计及(16), 可得

$$\bar{\sigma}_{rr} = 2\mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \bar{p}, \quad \sigma_{rz} = 2\mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \bar{p}, \quad \sigma_{xy} = -2\mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \quad (18)$$

从式(17)看出, $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{R}{2(1-\nu)r_w} \bar{p} \right)$ 在整个平面上是一调和函数。根据解析函数的性质可知, 它只能是一常数或时间 t 的某一函数。不失一般性, 令其为零, 得

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{R}{2(1-\nu)r_w} \bar{p}$$

对时间 t 积分, 得

$$\varphi(x, y, t) = \frac{R}{2(1-\nu)r_w} \int_0^t \bar{p}(x, y, t) dt + \varphi_0(x, y) \quad (19)$$

式中, $\varphi_0(x, y)$ 是 $\varphi(x, y, t)$ 相应于初始时刻 $t=0$ 时的值, 由(16)式, 它应满足以下关系式:

$$\nabla^2 \varphi_0(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2K(1-\nu)} \bar{p}(x, y, 0), & |x| \leq x_0, |y| \leq y_0 \\ 0, & |x| > x_0, |y| > y_0 \end{cases}$$

上式是一个 poisson 方程, 其解为

$$\varphi_0(x, y) = -\frac{\bar{P}_0}{4\pi K(1-\nu)} \int_{-x_0}^{x_0} \int_{-y_0}^{y_0} \ln(\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}) d\xi d\eta \quad (20)$$

方程(13)在初始条件(14)之下的解为

$$\begin{aligned} \bar{p}(x, y, t) = & \frac{\bar{P}_0}{4} \left[\operatorname{Erf}\left(\frac{x+x_0}{2\sqrt{at}}\right) + \operatorname{Erf}\left(\frac{x_0-x}{2\sqrt{at}}\right) \right] \left[\operatorname{Erf}\left(\frac{y+y_0}{2\sqrt{at}}\right) \right. \\ & \left. + \operatorname{Erf}\left(\frac{y_0-y}{2\sqrt{at}}\right) \right] \end{aligned} \quad (21)$$

式中

$$\operatorname{Erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du$$

由(18)、(19)、(20)、(21)可得矩形区域中y方向上的有效应力为

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{yy} = & -\frac{\mu \bar{P}_0}{2\pi K(1-\nu)} \left\{ 2\pi H(x, y) + \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{y_0+y}{x_0+x}\right) + \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{y_0-y}{x_0+x}\right) + \right. \\ & + \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{y_0+y}{x_0-x}\right) + \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{y_0-y}{x_0-x}\right) - \frac{\sqrt{\pi}}{4} \int_0^t \frac{1}{\tau\sqrt{a\tau}} \left[(x+x_0) \exp \right. \\ & \left. \left(-\frac{(x+x_0)^2}{4a\tau} \right) + (x_0-x) \exp \left(-\frac{(x_0-x)^2}{4a\tau} \right) \right] \left[\operatorname{Erf}\left(\frac{y_0+y}{2\sqrt{a\tau}}\right) + \right. \\ & \left. + \operatorname{Erf}\left(\frac{y_0-y}{2\sqrt{a\tau}}\right) \right] d\tau \left. \right\} - \frac{\bar{P}_0}{4} \left[\operatorname{Erf}\left(\frac{x+x_0}{2\sqrt{at}}\right) + \operatorname{Erf}\left(\frac{x_0-x}{2\sqrt{at}}\right) \right] \\ & \left[\operatorname{Erf}\left(\frac{y+y_0}{2\sqrt{at}}\right) + \operatorname{Erf}\left(\frac{y_0-y}{2\sqrt{at}}\right) \right] \end{aligned} \quad (22)$$

式中、

$$H(x, y) = \begin{cases} 1, & |x| \leq x_0, \quad |y| \leq y_0 \\ 0, & |x| > x_0, \quad |y| > y_0 \end{cases}$$

从式(22)可见, 此时在库底岩石中产生了一个附加有效张应力场, 在他的作用下, 使库底区域中原来受水位上升时之附加压应力作用而闭合了的裂缝有可能重新张开。此时, 根据应力强度因子的定义, 相应于图4b中裂缝的应力强度因子为

$$K_I = -\frac{1}{\sqrt{\pi a}} \int_{-a}^a \bar{\sigma}_{yy}(x, 0, t) \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx$$

代入(22)式, 得

$$\begin{aligned} K_I = & \frac{\mu \bar{P}_0}{\sqrt{\pi a} K(1-\nu)} \left\{ \pi a + \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \left[\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{y_0}{x_0+x}\right) + \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{y_0}{x_0-x}\right) \right] \right. \\ & \left. \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx - \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \int_{-a}^a \int_0^t \frac{1}{\tau\sqrt{a\tau}} \left[(x+x_0) \exp \left(-\frac{(x+x_0)^2}{4a\tau} \right) \right. \right. \end{aligned}$$

$$+ (x_0 - x) \exp\left(-\frac{(x_0 - x)^2}{4a\tau}\right) \left] \operatorname{Erf}\left(\frac{y_0}{2\sqrt{a\tau}}\right) \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} d\tau dx \right\} \\ + \frac{\bar{p}_0}{2\sqrt{\pi a}} \int_{-a}^a \left[\operatorname{Erf}\left(\frac{x+x_0}{2\sqrt{at}}\right) + \operatorname{Erf}\left(\frac{x_0-x}{2\sqrt{at}}\right) \right] \operatorname{Erf}\left(\frac{y_0}{2\sqrt{at}}\right) \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx \quad (23)$$

因为 $t \rightarrow \infty$ 时, $\operatorname{Erf}\left\{\frac{z}{2\sqrt{at}}\right\} \rightarrow 0$, 以及

$$\int_0^\infty \frac{1}{\tau\sqrt{a\tau}} \exp\left\{-\frac{z^2}{4a\tau}\right\} \operatorname{Erf}\left\{\frac{y_0}{2\sqrt{a\tau}}\right\} d\tau \\ = \frac{4}{y_0\sqrt{\pi}} \operatorname{tg}^{-1} \frac{y_0}{z}$$

从而从 (23) 式可得, 当 $t \rightarrow \infty$ 时

$$K_1 = \frac{(1-2\nu)}{1-\nu} \bar{p}_0 \sqrt{\pi a}$$

当岩石的孔隙度为 ε_0 时, 平均孔隙水压 \bar{p}_0 与真实孔隙水压 p 间存在关系式 $\bar{p}_0 = \frac{p_0}{\varepsilon_0}$, 上式用真实孔压 p 来表示, 可写为

$$K_1 = \frac{(1-2\nu)}{(1-\nu)\varepsilon_0} p_0 \sqrt{\pi a} \quad (24)$$

利用水库蓄水水位上升情形相同的方法, 对于库水位急剧下降和区域剪应力 τ_0 的联合作用, 可以得到

$$M = \frac{2}{\alpha_1} \log L + \frac{1}{\alpha_1} \left[\log \frac{(1-\nu)\pi D \eta}{8\mu} \left(\frac{(1-2\nu)^2}{(1-\nu)^2 \varepsilon_0^2} p_0^2 + \tau_0^2 \right) - \alpha_2 \right] \quad (25)$$

将 (25) 式和 (26) 式相比较, 孔隙度 ε_0 取 0.45, 其它量的取值如前, 当 τ_0 取 42 巴时, 此算 $p_0 = 2.14$ 巴。由于此时的 p_0 相应于库水位下降, 将它和水位上升时的 $p_0 = 3$ 巴相比较, 可见, 因库水位下降而触发水库地震的情形里, 库水水位的减少量可以小于库水位上升触发地震情形里库水水位的增加量。

四、关于注水地震

关于注水所诱发的地震, 其诱发机制和水库地震的诱发机制一样, 人们一直认为注水效果是使岩石中的孔隙压力增加, 降低断层面上有效压应力和摩擦系数, 从而使断层面上的抗剪强度也相应降低, 这样, 在构造剪力场作用下, 就有可能使断层滑动而发生地震。另一方面, Е.С.Штенгелов 指出了: 诱发地震的原因是造山作用时切向受压地壳现代张裂自然过程的人为强化。当张裂带内部的静水承压增大或残余压力地块内岩层压力减小时, 就会发生这种强化。两者都会导致伴随有岩层裂缝破裂的张裂带形成加速^[7]。根据这种观点, 水库内库水造成的孔压影响下, 张裂带形成增强是水库地震的原因, 而若注水钻孔是位于控制矿床的张裂带内, 那么开采石油矿藏时的补水又可成为注水型诱发地震的来源。丹佛注液区和

朗吉利油田区的地质构造为张剪性，从而产生了注水诱发地震，似乎是上述理论的证据。笔者们认为，当注水井位于张性断裂带内时，由于高注水压力的作用，原来闪合的断裂可能张开甚至发展，从而形成地震。本文中，我们将对此作些分析。为了简单起见，我们把断裂假定为无限饱水弹性空间中的一圆盘形裂缝，从而问题归结为轴对称问题。

当注水井中的注水压力达到稳定时，在轴对称的情况下，岩石中的孔隙水压力满足如下方程：

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \quad (26)$$

式中， z 方向垂直于裂缝平面， r 为通过裂缝中心的半径方向。胡克定律为

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_r &= 2\mu \left(\frac{v}{1-2v} \Delta + \frac{\partial u}{\partial r} \right) \\ \sigma_\theta &= 2\mu \left(\frac{v}{1-2v} \Delta + \frac{u}{r} \right) \\ \sigma_z &= 2\mu \left(\frac{v}{1-2v} \Delta + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \bar{\sigma}_{rz} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right), \quad \Delta = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

用位移表示的平衡方程为

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 u + \frac{1}{1-2v} \frac{\partial \Delta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{u}{r} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} &= 0 \\ \nabla^2 w + \frac{1}{1-2v} \frac{\partial \Delta}{\partial z} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$\text{式中, } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} .$$

从方程(28)可见，孔隙水压力 \bar{p} 是有势的，因此可以把它作为弹性体中的内力（体力）来对待。假设裂缝内的孔压为 p_0 （注水压力），远离裂缝处的孔压为 p_∞ ，则边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}(r, z) &= p_0, & 0 \leq r < a \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} &= 0, & r > a \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} &= 0, & z = 0 \\ \bar{p} &= p_\infty, & R = (r^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$\bar{\sigma}_{rz}(r, 0) = 0, \quad r > 0, \quad \sigma_z(r, 0) = 0, \quad 0 \leq r \leq a, \quad w(r, 0) = 0, \quad r > a, \quad (30)$$

在上述边界条件之下，裂缝边沿的应力强度因子为（为节省篇幅起见，推导从略）

$$K_{I1} = -\frac{1-2\nu}{(1-\nu)\epsilon_0} \sqrt{\frac{a}{\pi}} (p_0 - p_\infty)$$

另一方面，注水压力又直接作为外荷载作用于裂缝表面上而使裂缝张开，此时，应力强度因子为

$$K_{I2} = 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} (p_0 - p_\infty)$$

于是裂缝边沿上的总应力强度因子为

$$K_I = K_{I1} + K_{I2} = (p_0 - p_\infty) \sqrt{\frac{a}{\pi}} \frac{2(1-\nu)\epsilon_0 - (1-2\nu)}{(1-\nu)\epsilon_0} \quad (31)$$

从(31)式可得应变能释放率为

$$G(a) = \frac{1-\nu}{2\mu} K_I^2 = \frac{1}{2\mu} \frac{[2(1-\nu)\epsilon_0 - (1-2\nu)]^2}{(1-\nu)\epsilon_0^2} (p_0 - p_\infty)^2 \frac{a}{\pi}$$

释放的地震能量为

$$e_s = \eta \int_0^{2\pi} \int_0^{L/2} G(r) r dr d\theta = \frac{[2(1-\nu)\epsilon_0 - (1-2\nu)]^2 L^3 \eta}{24\mu(1-\nu)\epsilon_0} (p_0 - p_\infty)^2$$

用类似于推导(6)式的相同方法，可得

$$M = \frac{3}{\alpha_1} \log L + \frac{1}{\alpha_1} \left[\log \frac{[2(1-\nu)\epsilon_0 - (1-2\nu)]^2 \eta}{24\mu(1-\nu)\epsilon_0} (p_0 - p_\infty)^2 - \alpha_2 \right] \quad (32)$$

我们以朗吉利注水地震为例来检验公式(32)的正确性。对于朗吉利注水地震，其最大震级为 $M_s = 3.5$ ，断层破裂长度为 $L = 3.3$ 公里^[7,8]。由于采用裂缝模型，而且未考虑裂缝面上的摩擦强度由于注水而降低，因此其破裂仍然属于构造型的，据此，取 $\alpha_1' = 1.5$ ， $\alpha_2' = 11.8$ ，其它参数取值如前。将这些数值代入(32)式，可得 $(p_0 - p_\infty) \approx 100$ 巴。

在上面引用的D.I.高夫的文章“诱发地震”中对朗吉利注水地震有如下报导：岩石中的原始液压 $p_\infty = 170$ 巴，注水触发地震的临界液压为 $p_0 = 265 \sim 275$ 巴，即 $(p_0 - p_\infty) = 95 \sim 105$ 巴，这和我们算得的数值非常一致。由此可见，认为注水地震发生在具有张性地质构造地区并应用张性裂缝的断裂力学方法来进行分析是合理的。同时亦证明了，对于注水地震，其发震强度不取决于区域应力场，而决定于注液压力与岩层中原始孔隙压力的差值及发震断层的破裂长度。

- (1) Gough, D.I. and Gough, W.I., Load-induced earthquakes at Lake Kariba, *Geophys. J.*, Vol. 21, pp. 79—101, 1970.
- (2) Snow, D.T., *Geodynamics of Seismic reservoirs*, proc. Sym. on Flow through Fractured Rock, Stuttgart, 1972.
- (3) 陈培善等, 从断裂力学观点研究地震的破裂过程和地震预报, *地球物理学报*, 20卷, 3期, 1977.
- (4) 李安然、韩晓光、徐永建, 长江三峡水库诱发地震的总体环境组合条件, 三峡工程对生态与环境的影响及其对策研究论文集科学出版社, 1987.
- (5) 丁原章, 新丰江水库地震的形成条件, *地震战线*, 第4期, 1978.
- (6) 曾心传、高士均等, 三峡水库水压应力场, 形变场和孔压场的研究, 三峡工程对生态与环境的影响及其对策研究论文集, 科学出版社, 1987.
- (7) J.H. 希利, W.H.K. 李, C.B. 瑞利, M.D. 伍德, 地震预报和控制的展望, *Tectonophysics*, Vol. 14, No. 3—4, 1972.
- (8) Evans, D.M., 人为地震——一篇进度报告, *Geotimes*, Vol. 10, pp. 19—20, 1967.

A PRELIMINARY STUDY ON THE STRESS FIELD OF WATER INDUCED-EARTHQUAKE

Zeng Xinchuan Gao Shijun

(Institute of Seismology, State Seismological Bureau, Wuhan)

Abstract

In the present paper, the fitting analysis is made for the relation of magnitude-earthquake fault length by data of 21 events of water induced-earthquakes in the world. Then, by means of the theory of fracture mechanics, we investigate the relation of theoretical magnitude-earthquake fault length, and find that in the case of reservoir earthquakes, the intensity level of regional tectonic shear stress field can be greatly less than that in the case of tectonic earthquakes, meanwhile, we also find that in the case of triggering off reservoir earthquake due to a fall in the water level of reservoir, the amount of decrease in water level can be less than the amount of increase in water level in the case of triggering off earthquake due to the rise of water level. Finally, the injection pressure for the earthquake triggered by injecting water is considered,