

# 用组合观测法提高 $\gamma$ 因子精度的初步研究\*

彭 自 正

(江西省南昌中心地震台)

**提要** 水平摆倾斜仪偏离起始平衡面工作时, 存在有交互影响, 它给观测记录带来误差, 从而影响  $\gamma$  因子的精度。本文从理论上论证了交互影响的存在, 推导出交互影响的计算公式, 总结出消除交互影响的修正方法—组合观测法, 并用组合观测法对南昌台倾斜固体潮  $\gamma$  因子的计算进行修正, 得到提高  $\gamma$  因子精度的有意义的初步结果。

**关键词** 地震观测技术 水平摆倾斜仪 误差分析 交互影响 组合观测法

## 引 言

水平摆倾斜仪是一种精确测定地面微小形变的地震观测仪器, 其精度可达  $10^{-10}$  量级, 已广泛用于地震预测工作中<sup>〔1〕,〔2〕</sup>。用倾斜资料预测地震的尝试方法很多, 有作者建议用倾斜固体潮  $\gamma$  因子的动态变化来预测地震<sup>〔3〕</sup>。固体潮水平分量的信息十分微弱, 最大时也只有  $10^{-7}$  量级, 而孕育地震的倾斜前兆信息也很微弱, 由这样微弱的前兆信息而引起的  $\gamma$  因子的变化也必定是极其微小的。要将  $\gamma$  因子这样微小的变化检测出来, 必须尽可能地提高  $\gamma$  因子的观测精度, 包括内精度和外精度。在这方面, 已有不少人作了很多工作<sup>〔4〕,〔5〕</sup>, 除了从台址条件排除干扰因素、提高观测质量等方面的努力以外, 已有作者<sup>〔6〕</sup>注意到, 摆杆方位定角对  $\gamma$  因子振幅和相位存在有影响。本文作者在〔7〕、〔8〕、〔9〕中提出水平摆的两个分量之间存在有“交互影响”的概念, 并认为这种“交互影响”也是影响  $\gamma$  因子精度的一个重要因素。

本文在作者工作〔7〕、〔8〕的基础上, 进一步用三维转动群理论分析水平摆的最佳工作状态, 论证了“交互影响”的存在, 分析其实质并估算其量级, 推导出消除“交互影响”的有效方法—组合观测法, 并给出在南昌台用“组合观测法”提高  $\gamma$  因子精度的有意义的初步结果。

## 一、理论基础

### 1. 水平摆的最佳工作状态

由虚功原理<sup>〔10〕</sup>, 当水平摆处于静平衡时, 水平摆的摆锤应该平衡在通过摆轴和铅垂线的平面内。因此, 在讨论水平摆的工作状态时, 确定摆轴的位置是非常重要的。

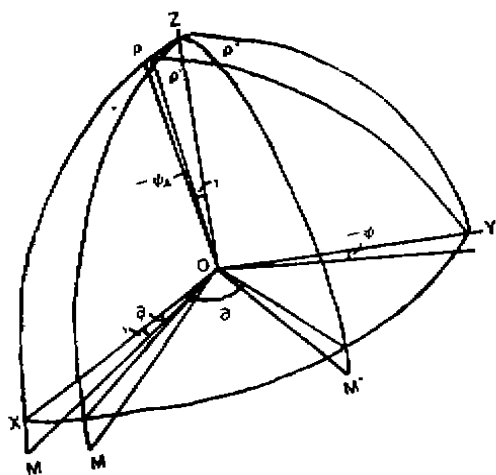


图 1 Fig. 1

\* 本文部分内容曾以题《定位误差对水平摆观测的影响及其修正方法》在《地壳形变与地震》上发表。

在图 1 中, 以原点 O 为中心建立单位球面, 以 O 表示摆杆和摆轴的交点, OP 表示摆轴,  $|OP| = 1$ , OM 表示摆杆, M 表示摆锤, OZ 表示铅垂线。使 Oy 沿水平摆的调零方向, 当三个脚螺旋顶点的连线为等腰直角三角形时 (“正交水平摆”), 则 OX 沿调周期方向。i 是摆轴与铅垂线的夹角, 它决定了摆的周期和灵敏度<sup>(11)</sup>, 由铅垂线和摆轴张成的平面称为 i 角平面。当摆调整得以使 Oy 方向没有倾斜时, 摆锤平衡在 M 位置, 在正交水平摆情况下, i 角平面与 XOZ 平面重合。当 Oy 发生某一倾变  $-\psi$  时 (见图 1), 这相当于绕 X 轴施行了一个 U 变换:

$$X_{-\psi} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\psi}{2} & i \sin \frac{\psi}{2} \\ i \sin \frac{\psi}{2} & \cos \frac{\psi}{2} \end{pmatrix} \quad (1)$$

它是  $SU_2$  群的一个酉矩阵<sup>(12)</sup>。相应地, 给出的球面坐标变换矩阵为<sup>(13)(14)</sup>

$$O_{-\psi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & \sin \psi \\ 0 & -\sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \quad (2)$$

经过简单计算<sup>(9)</sup>, 可得

$$\sin \psi = \operatorname{tg} \alpha \times \operatorname{tgi} \quad (3)$$

式中,  $\alpha$  为 i 角平面与 XOZ 平面的夹角。当  $\psi$ 、 $\alpha$ 、i 均很小时, 有

$$\psi \approx i\alpha \quad (4)$$

(3) 和 (4) 就是常见的水平摆平衡关系式。在新位置上的  $i'$  角近似由下式确定

$$i' \approx i \left( 1 + \frac{\psi^2}{2i^2} \right) = i + \frac{\psi^2}{2i} \quad (5)$$

由此得到由于调零方面倾斜变化而引起灵敏度的改变为

$$\Delta i = i' - i = \frac{\psi^2}{2i} \quad (6)$$

下面考察一下水平摆对地倾变的记录情况。对于一个如图 1 所示已调整好了的水平摆, 它应该只能检测得到 oy 方向的倾变, 而 ox 方向的倾变只应该是改变水平摆的周期, 不应该改变光点在记录器上的位置, 但实际情况并不完全如此。当 oy 方向存在有倾斜量  $-\psi$ , 假设 ox 方向又发生有倾变  $-\psi_1$ , 我们考察摆轴的新位置, 这时摆系的平衡相当于经历了绕 x 轴的旋转  $x_{-\psi}$  和绕 y 轴的旋转  $y_{-\psi_1}$ , 所有这样的旋转形成  $SU_2$ <sup>(12)(14)</sup>

$$\begin{aligned} X_{-\psi} Y_{-\psi_1} &= \begin{bmatrix} \cos \frac{\psi}{2} & i \sin \frac{\psi}{2} \\ i \sin \frac{\psi}{2} & \cos \frac{\psi}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \frac{\psi_1}{2} & \sin \frac{\psi_1}{2} \\ -\sin \frac{\psi_1}{2} & \cos \frac{\psi_1}{2} \end{bmatrix} \\ &\approx \begin{bmatrix} 1 & \frac{\psi_1 + i\psi}{2} \\ \frac{-\psi_1 + i\psi}{2} & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

相应于 (6) 式的球面坐标变换矩阵为 (略去二阶以上小量)

$$O_{-\psi-\psi_L} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & -\psi_L \\ 0 & 1 & \psi \\ \psi_L & -\psi & 1 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

这时,  $i$  角平面与  $XOZ$  平面的夹角  $\alpha'$  由下式确定

$$\alpha' \approx \frac{\psi \cos i}{\sin i - \psi_L \cos i} \approx \frac{\psi}{i - \psi_L} \quad (8)$$

新位置上的  $i''$  角由下式确定

$$i'' \approx \sqrt{(i - \psi_L)^2 + \psi^2} \approx i - \psi_L \quad (9)$$

摆锤从  $\alpha \rightarrow \alpha'$  偏离的角度为

$$\Delta \alpha = \alpha' - \alpha = -\frac{\psi \psi_L}{i(i - \psi_L)}$$

相应地, 反映为  $OY$  方向的“虚倾变”为

$$\Delta \psi = \Delta \alpha \times i'' = \frac{\psi \psi_L}{i} \quad (10)$$

由(6)和(10)可以看出, 当  $\psi \approx 0$  时, 水平摆调零向的变化对灵敏度的影响几乎为零, 调周期方向的变化引起调零向的虚倾变也几乎为零。在这种状况下, 水平摆观测记录中所包含的误差很小, 亦即是说,  $\psi \approx 0$  的状态就是水平摆的最佳工作状态,  $\psi \approx 0$  时的  $i$  角平面置就是水平摆的起始平衡位置。

## 2. 水平摆观测记录中的交互影响

如上所述, 当水平摆在起始平衡位置(最佳工作状态)附近工作时, 一个方向的倾变对另一个方向记录的影响很小, 但当水平摆偏离其起始平衡位置时, 水平摆两个分量之间的相互影响就会出现。

**定义:** 在水平摆的记录中, 某一方向(调零或调值)上的倾变, 在另一与其正交方向(调值或调零)上反映出的“虚  $i$  角”或“虚倾变”, 称为水平摆的“交互影响”。

“交互影响”是水平摆的特有现象, 它反映的是“虚  $i$  角”、“虚倾变”, 而不是地面倾斜的真实变化。亦即是说, 调值(调零)方向地面并没有发生实际倾变, 但反映为, 或者是仪器  $i$  角发生了变化, 或者是记录光点发生了偏移。交互影响产生的原因, 如前所述, 在于存在预倾角  $-\psi$ , 或者说, 是由于水平摆底座相对于空间坐标系不水平而产生的。水平摆系(特别是摆轴)是通过水平摆底座而与空间坐标系相关联的, 当地面某一方向存在倾变时, 由于牵连影响, 使底座在与该方向正交方向也发生倾斜, 从而使摆轴在空间位置发生变化, 从而引入“虚  $i$  角”或“虚倾变”。

“交互影响”记录到的不是地面的真实形变, 它给水平摆的观测记录带来误差, 尤其在高精度记录时更为明显, 当利用水平摆观测资料进行调和分析时, “交互影响”的存在会给  $\gamma$  因子的内精度和外精度带来影响, 因而必须从观测记录中进行排除。

“交互影响”对  $\gamma$  因子精度的影响主要有两个方面: 一是由于交互影响的存在, 使倾斜观测记录的幅度发生变化(含格值变化而引起幅度的变化), 从而影响  $\gamma$  因子的量值的大小

(影响 $\gamma$ 因子外精度); 二是由于交互影响的量值与另一正交方向的倾变有关, 它对原记录的增大或减弱并不与原记录同步, 从而使固体潮波波形发生某些畸变(影响相位及内精度)。

### 3. “交互影响”的消除和组合观测方程的建立

从理论上说, 消除交互影响的最直接的方法, 就是调整水平摆以使其尽量在起始平衡面附近工作, 但具体实行时却存在一些实际困难, 如:

(1) 如文献〔9〕中所述, 必定对水平摆记录量程限制过严, 增多调控次数, 增加人为干扰因素;

(2) 对于一个已在正常记录的水平摆, 如果它不在起始平衡面附近工作, 而要把它调整到起始平衡面附近, 一般说来, 光靠移动光源灯的简单方法是不行的, 而必须移动或旋转本体, 或重粘反光镜面等, 这样势必使资料中断。

基于以上和其他的一些原因, 对于一个正在工作并记录稳定的水平摆, 即使经检测后它不在起始平衡面附近工作, 也不一定非要中断其记录, 用调整起始平衡面的方法去消除交互影响, 也还可以采用其他的修正方法去消除交互影响。本文作者在〔9〕中提出消除交互影响的一种尝试—组合观测法:

$$\begin{cases} \psi_N = \psi_N' - \epsilon_N \frac{\delta_N}{2A_N} \psi_E' \\ \psi_E = \psi_E' - \epsilon_E \frac{\delta_E}{2A_E} \psi_N' \end{cases} \quad (11)$$

式中,  $\psi_N'$ 、 $\psi_E'$  是记录所反映的倾变值,  $A_N$ 、 $A_E$  为光杆距,  $\delta_N$ 、 $\delta_E$  为光点偏离起始平衡位置的距离,  $\epsilon_N$ 、 $\epsilon_E$  称为安置系数, 它与仪器的安放方位、摆杆投影相对于底座的位置、记录器的转动方向等有关,  $\psi_N$ 、 $\psi_E$  就是经过消除交互影响的实际倾变值。文献〔9〕中还给出了用组合观测法对日常资料进行修正的两个实例。

## 二、在南昌台用组合观测法提高 $\gamma$ 因子精度研究的初步结果

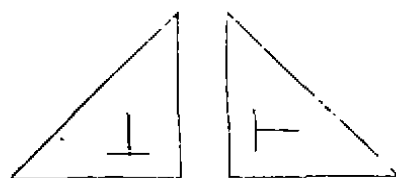


图2 南昌台SQ—70安放平面示意图  
Fig. 2 The plane sketch of SQ-70  
at Nanchang Station

### 1. 仪器及其工作环境

试验是在南昌地震台窿道内二号仪器室进行, 仪器室长7.7m, 宽3.2m, 高2.5m, 仪器室距窿道口52m, 覆盖28m, 室年温差小于0.5℃, 日温差小于0.05℃。仪器墩为整体花岗岩岩石墩, 用薄水泥与基岩粘结。

试验所用仪器为国家地震局地震仪器厂生产的SQ—70型石英摆倾斜仪, 仪器设置平面图所图2所示。

仪器参数:

K值:  $K_{NS}=5.771$

$K_{EW}=5.920$

安置系数:  $\epsilon_N=1$

$\epsilon_E=1$

工作周期:  $T_{NS}=51.65^s$

光杆距:  $A_N=5\text{ m}$

$T_{EW}=54.12^s$

$A_E=5\text{ m}$

格值:  $\eta_{NS}=2.163 \times 10^{-3} \text{ \textcircled{r}/mm}$

$\eta_{EW}=2.021 \times 10^{-3} \text{ \textcircled{r}/mm}$

## 2. 起始平衡位置的测定

1986年12月19日, 分别用“转折点”法<sup>[8]</sup>和“解析法”<sup>[16]</sup>, 对SQ—70起始平衡位置进行测定, 求得起始平衡位置的平均值为:

$$E_0=+300\text{ mm}$$

$$N_0=-170\text{ mm}$$

资料选取时间段: ①1987年1月2日至1987年1月31日共30天; ②1987年1月26日至1987年3月2日共30天(已剔除中间缺测的6天)。

## 3. 计算步骤及结果

首先, 将选取时间段内NS和EW两个分量的观测记录值全部输入计算机(包括两个分量整点时的量图值和倾变值), 然后设计了一个子程序对这些观测记录值进行预处理(消除交互影响), 采用的公式为组合观测方程(11)。最后, 在维涅第柯夫调和和分析程序中设计一开关语句, 在“转子程序”和“不转子程序”两种情况下分别进行 $\gamma$ 因子及其精度计算, 并将结果进行比较。

整个计算工作是在南昌台AppLE II微型计算机上进行的。

计算结果及其比较见表1、表2、表3。

表1 时段I(1987.01.02—1987.01.31)修正前后 $\gamma$ 因子计算比较表

Tab. 1 Comparison of computing  $\gamma$  values before and after revision at the time interval of No. 1 (1987, 01, 02—1987, 01, 31)

数值 波型	项目	修 正 前		修 正 后	
		$\gamma$	$m_\gamma$	$\gamma$	$m_\gamma$
全 日 波	$Q_1$	1.0969	0.2230	1.0940	0.2227
	$O_1$	0.7674	0.0887	0.7648	0.0886
	$M_1$	1.2193	0.2487	1.2178	0.2479
	$P_1K_1S_1$	1.1163	0.0544	1.1128	0.0543
	$OO_1$	0.6877	0.2154	0.6895	0.2152
半 日 波	$2N_1$	0.9253	0.1690	0.9295	0.1682
	$N_2$	0.7894	0.0415	0.7943	0.0413
	$M_2$	0.8148	$8.690 \times 10^{-3}$	0.8202	$8.651 \times 10^{-3}$
	$L_2$	1.0098	0.1595	1.0145	0.1588
	$S_2$	0.5468	0.0204	0.5517	0.0203

表 2  $N_2$ ,  $M_2$ ,  $S_2$  波修正前后比较表  
Tab. 2 comparison of  $N_2$ ,  $M_2$ ,  $S_2$  waves before and after revision

项目	时段 数值	时 段 I					时 段 II					$\gamma_{II} - \gamma_I$	$\frac{ \gamma_{II} - \gamma_I }{(\gamma_I + \gamma_{II})/2}$		$\varphi_{II} - \varphi_I$	$\frac{ \varphi_{II} - \varphi_I }{(\varphi_I + \varphi_{II})/2}$	
		$\gamma$	$m_\gamma$	$\varphi$	$m_\varphi$	$\gamma$	$m_\gamma$	$\varphi$	$m_\varphi$	$\gamma_{II} - \gamma_I$	$\frac{ \gamma_{II} - \gamma_I }{(\gamma_I + \gamma_{II})/2}$		$\varphi_{II} - \varphi_I$	$\frac{ \varphi_{II} - \varphi_I }{(\varphi_I + \varphi_{II})/2}$			
$N_2$	修正前值	0.7894	0.0415	18.81	3.013	0.8056	0.0689	9.841	4.902	0.0162	0.0203	-8.769	0.616				
	修正后值	0.7943	0.0413	18.53	2.981	0.7965	0.0688	10.011	4.884	0.0022	0.0028	-8.519	0.597				
	$\Delta m_\gamma$		-0.0002				-0.0001										
	$ \Delta m_\gamma / \overline{m}_\gamma $		0.005				0.001										
$M_2$	修正前值	0.8148	0.008690	10.71	0.61120	0.8395	0.01280	10.936	0.874	0.0247	0.0299	0.2263	0.0209				
	修正后值	0.8202	0.008651	10.67	0.60440	0.8306	0.01276	11.018	0.870	0.0104	0.0126	0.3484	0.0321				
	$\Delta m_\gamma$		0.000039				-0.00004										
	$ \Delta m_\gamma / \overline{m}_\gamma $		0.004				0.003										
$S_2$	修正前值	0.5468	0.0204	9.373	2.142	0.5593	0.02140	6.365	2.193	0.0125	0.0226	-3.008	0.382				
	修正后值	0.5517	0.0203	9.066	2.114	0.5507	0.02137	6.780	2.176	-0.001	0.0018	-2.286	0.289				
	$\Delta m_\gamma$		-0.0001				-0.00003										
	$ \Delta m_\gamma / \overline{m}_\gamma $		0.005				0.001										

表3 时段Ⅱ(1987.01.26—1987.03.02, 剔除6天)修正前后 $\gamma$ 因子计算比较表Tab. 3 Comparison of compating  $\gamma$  values before and after revision  
at the time interval of No. 2 (1987 1. 26-3, 2)

数值 波型	项目	修 正 前		修 正 后	
		$\gamma$	$m_\gamma$	$\gamma$	$m_\gamma$
全 日 波	$Q_1$	0.9224	0.2015	0.9284	0.2013
	$O_1$	0.9072	0.1781	0.9104	0.1781
	$M_1$	1.1288	0.2644	1.1306	0.2642
	$P_1K_1S_1$	1.1904	0.1309	1.1958	0.1309
	$OO_1$	0.6735	0.2237	0.6691	0.2236
半 日 波	$2N_2$	0.8908	0.2938	0.8936	0.2933
	$N_2$	0.8056	0.0689	0.7965	0.0688
	$M_2$	0.8395	0.01280	0.8306	0.01276
	$L_2$	0.6809	0.2591	0.6650	0.2587
	$S_2$	0.5593	0.02140	0.5507	0.02137

### 三、讨论及结论

经采用“组合观测法”修正后,各个分波 $\gamma$ 因子的精度普遍都有提高。考虑到有些分波数值离散太大,讨论起来比较困难,这里着重比较 $N_2$ 、 $M_2$ 、 $S_2$ 波修正前后的情况。从表2明显看出,经修正后, $\gamma$ 因子的内精度和外精度都有提高,内精度相对提高率约0.001~0.005,而外精度的提高就更明显, $\gamma$ 因子的相对波动率明显降低。相位差的内精度有提高,但外精度变化不明显。

在南昌台进行提高固体潮 $\gamma$ 因子精度的研究工作仅仅是初步的,所用的资料还太少,还有待于更进一步的工作,但所得到的初步结果却是有意义的和令人鼓舞的。由本文的工作初步可得以下几点结论:

(1)当水平摆倾斜仪偏离起始平衡面工作时,调零、调值方向之间存在有“交互影响”,交互影响会给观测记录带来误差,也会降低 $\gamma$ 因子的内外精度;

(2)本文作者提出的“组合观测法”是消除交互影响的有效方法,也是提高 $\gamma$ 因子精度的可能途径之一。

在本文工作中,得到国家地震局地震研究所李平研究员、蔡惟鑫研究员的热情指教和刘序俨副研究员的有益讨论,特此致谢。

### 参 考 文 献

- [1] A. Vogel, 1983, 地震研究中的倾斜测量方法, 形变台站通讯, (2)

- (2) 吴翼麟, 1984, 地倾斜研究现状及今后工作建议, 形变台站通讯, 增刊。
- (3) 李平、李旭东, 1980, 在我国利用固体潮水平分量预报地震的可能性, 地震科学研究, (2)。
- (4) 李旭东, 1985, 倾斜固体潮 $\gamma$ 因子外精度初析, 形变台站通讯, (1)。
- (5) 李平等, 1982, 我国几类地倾斜台站测定 $\gamma$ 因子的精度及其分析, 地壳形变与地震, (2)。
- (6) 李平等, 1984, 摆杆方位定向对倾斜潮波振幅因子和相位的影响, 地壳形变与地震, (1)。
- (7) 彭自正、王建国, 1984, 非正文水平摆的调整和使用, 形变台站通讯, (1)。
- (8) 南昌中心地震台地倾斜组, 1978, 水平摆起始平衡位置的调整, 地震战线, (2)。
- (9) 彭自正, 1983, 定位误差对水平摆观测的影响及其修正方法, 地壳形变与地震, (2)。
- (10) H. 戈德斯坦, 1981, 经典力学, 科学出版社。
- (11) 冯锐, 1978, 地倾斜与地震, 地震出版社。
- (12) M. Carmeli, S. Malin, 1976, Representations of the Rotation and Lorentz Groups, Marcel Dekker.
- (13) B. N. 斯米尔诺夫, 1978, 高等数学教程(Ⅲ卷一分册), 人民教育出版社。
- (14) James T. Cushing, 1975, Applied Analytical Mathematics for Physical Scientists, John Wiley & Sons inc.
- (15) 罗荣祥, 1985, 水平摆初始平衡位置的解析确定法, 形变台站通讯, (2)。

# PRELIMINARY ACHIEVEMENTS OF RESEARCH ON IMPROVING PRECISION OF $\gamma$ VALUE WITH COMBINATION SURVEY

Pen Zizheng

(Central Sseimostation of Nanchang, Jiangxi Province)

[Abstract] When the operation of horizontal pendulum tiltmeter diverged from the original-equilibrium plane, there exist the intersection influence which will bring some error to the observing records, therefore lower precision of  $\gamma$  value will be influenced. In this paper, the existence of the intersection are demonstrated, its computing formula is deduced, the revision method, namely, combinatorial observation method is summarized and with this method, the computation of  $\gamma$  value of tilt tide in Nanchang Station is revised. Thereby, significant preliminary achievements of improving the precision of  $\gamma$  value are gained in this paper.

[Key words] Technology of seismologic observation; Horizontal pendulum tiltmeter; Error analysis; Intersection influence; Combinatorial observation.