GFS系统的势预测原理及其在地震危险性估算中的应用

李仲谋　　　　汪培庄

（广东省揭西县科委）　（北京师范大学数学系）

摘要　本文研究了（GFS）系统的势预测原理，提出并研究了势元、势期、势周等概念和势元、势期的盍元、盍率及其性质，进而提出了势期拓扑空间、势周拓扑空间和势预测的公理系统。最后给出了我国及华北地震区地震活动阶段性及危险性估计的应用实例。

一、引　言

文献〔7〕对离散数列，建立了灰色预测的主要模型GM(1，1)，模拟的实质是指数型函数。在气象、地震等领域，大量地存在着非指数型关系。概念的内涵不确定，机制原理、物理原型不清，是灰色的。这些领域所提供的现象，往往是时间序列的历史记载，数据残缺离散，是典型的离散数列，是外延不确定的Fuzzy概念。同时，事件发生与否亦具有随机性。因此，把这些定为灰色模糊随机系统（GFS）较为合适。对GFS系统，有必要研究其他预测方法。

我们知道，从度量空间到拓扑空间，必需完全抛弃距离概念，从开集出发构造邻域，以建立极其广泛的空间。然后逐步限止，建立各阶层的拓扑空间，以适应各种数学问题的需要。点集拓扑的基本单元是开集，若干开集的并就是邻域，记为u(A)，即$u(A)=\bigcup\limits_{\alpha}$。称A为u(A)的一个白化势期，A的有序元叫做势元。A的全体邻域是拓扑学中的邻域系。总的集合X中的每个A都有邻域系。邻域系的全体T就是拓扑。集合X与它的一个拓扑T在一起，叫做拓扑空间。

势预测是对系统（例如灾变）的时间序列所表现的疏密重复规律（似周期）作预测的。预测就是在一组大致相近的势期中，求得可能性最大者。当灾变事件的时间尺度为几十年或上百年，可能出现若干势期为一组的大致相近的所谓势周邻域u(m)，m就是u(m)的白化势周。我们要根据某些准则来处理相近性，称相近性准则为势预测公理系统，称相近性测度为势元盍率、势期盍率。

二、势期拓扑空间与势周拓扑空间

设X为论域，X中的每一个元A称为势期，称A中的每一个元a_i^*为势元，则a_i^*的有序组合就是势期A，记为

$$A=\{a_1^*,\ a_2^*,\ \cdots,\ a_p^*,\ \}$$

定义2·1　设Ψ是根据原始数据集$X^{(0)}$得到的灾变曲线，选定阀值ξ，作灾变映射得

$$X_\xi^{(0)}=\{X_\xi^{(0)}(1'),\ X_\xi^{(0)}(2'),\ \cdots,\ X_\xi^{(0)}(n')\}$$

当 $\forall X_\xi^{(0)}(i)\geqslant\xi$，$i\in\{1',2',\cdots,n'\}$，$\forall X_\xi^{(0)}(i)\in X^{(0)}$，称$X_\xi^{(0)}(i)$为$X^{(0)}$的上灾变集；

当 $X_\xi^{(0)}(i)\leqslant\xi$，$i\in\{1',2',\cdots,n'\}$，$\forall X_\xi^{(0)}(i)\in X^{(0)}$，称$X_\xi^{(0)}(i)$为$X^{(0)}$的下灾变集。

定理2·1　设$X_\xi^{(0)}(i)$，i=1，2为上（下）灾变集，Ψ为灾变曲线，$u(A_j)$，j=1，2为上（下）势期邻域，则映射

$$\mu:\ X_\xi^{(0)}(i)\longrightarrow\{u(A_j)\}$$

是1——1且满，当且仅当固定阀值ξ。

（证明是显然的）

定义2·2　设a_i为$u(A)$的第i个元，称

$$B=\left\{\{\overbrace{b,\ b,\ \cdots,\ b}^{Na_i}\},\ a_i\subseteq b\subset X,\ b\text{为开集},\ Na_i\text{随机取}0,1,2,\cdots\right\}$$

为a_i的复盖族，称B中的每一个b为a_i的盖元，称Na_i为b在B中的重复度，a_i为B的必然元，X为不可能元。

由定义显见：

①B是多重集合族；

②B的元是闭集（或独点集）；

③B的元b出现与非，重复多少次是随机的；

④$\forall b\in B$，则$\#a_i\leqslant\#b<\#X$（#b为b的基数）.

定义2·3　当a_i由递增列（或递减列）$\{a_{i1},\ a_{i2},\ \cdots,\ a_{in}\}$组成，称$\frac{1}{n}\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}$为$a_i$的一种取法.

定义2·4　设a_i是$u(A)$的第i个元，$u(A)$中有N个元（包括重复的），其中有Na_i个

复盖a_i，称Na_i/N为b对a_i的复盖频率，记为

$$B_N(a_i)=\frac{Na_i}{N}$$

称$B(a_i)=\lim\limits_{N\to\infty}B_N(a_i)$为$a_i$的盖率。

附注：根据文献〔4〕，这种盖率具有稳定性。

定理2·2　$\forall a_i\in u(A)$，有

$$B(a_i)\geqslant 0,\quad \sum_{i-1}^{P}B(a_i)=1,\quad (P'\leqslant P\leqslant N),\ B(X)=0$$

证：①由定义2·1知，$0\leqslant Na_i\leqslant N$,所以$\frac{Na_i}{N}\geqslant 0$，令$N\to\infty$，两边取极限即得

$$B(a_i)\geqslant 0;$$

②由已知 $\sum\limits_{i-1}^{P}B(a_i)=B(a_1)+B(a_2)+\cdots+B(a_p)$

$$=\lim\left(\frac{N_{a1}}{N}+\frac{N_{a2}}{N}+\frac{N_{ap}}{N}\right)$$

根据定义2·2知$\frac{N_{a1}+N_{a2}+\cdots+N_{ap}}{N}=1$，代入上式即得

$$\sum_{i-1}^{P}B(a_{ji})=1$$

③由定义2·2知X为不可能元，故$N_X=0$，则

$$B(X)=0$$

证毕

定义2·5　设U_A为非空系，U_A是$U(A)$的全体，

$$U_A=\{u(A)\}$$

其中$u(A)$是势期A的邻域，亦称为一种势，称U_A为势集，当且仅当

①当$A\in u(A)$，$\forall u(A)\in U_A$；

②当$\Omega\supseteq u(A)$，则对某些$u(A)$，有$\Omega\in U_A$；

③当$u(A_i)$与$u(A_j)\in U_A$，则$u(A_i)\cap u(A_j)\in U_A$，

④当$u(A_i)\in U_A$，则$\exists U(A_j)\in U_A$，当$A\in u(A_j)$有$u(A_i)\in U_A$。

此即势期与势期邻域系的大致相近条件。

定义2·6　设$A\in X$，对A若有邻域系U_A，则称

$$(X,\ T_A),\quad T_A=\{U_A\mid A\in X\}$$

为势期拓扑空间，称T_A为势期拓扑。

定义2·7　设M为论域，叫作势周集，其中每个元m称为势周，$m\in M$。m为有序组合，其中每个元叫作势期A^*，称

$$D=\left\{\left\{\overbrace{G,\ G,\ \cdots,\ G}^{SA_i}\right\},\ A_i\subseteq G\subset M,\ G\text{为开集},\ SAi\text{随机取}0,\ 1,\ 2,\ \cdots\right\}$$

为势周邻域u（m）的元A_i的复盖族，称D中的每个G为A_i的盖元，SA_i为G在D中的重复度，A_i为D的必然元，M为不可能元。

由定义显见：

①D是多重集合族；

②D的元是闭集；

③D的元出现与非，出现多少次是随机的；

④$\forall G\in D$，则$_*A_i\leqslant {}_*G<{}_*M$（$_*G$为G的基数）。

定义2·8 设u（m）为势周邻域，u（m）的全体为u_m，记$u_m=\{u(m)\}$，当且仅当

①当$m\in u(m)$，$\forall u(m)\in Um$；

②当$\Theta\supseteq u(m)$，则对某些u（m），有$\Theta\in U_m$；

③当$u(m_i)$与$u(m_j)\in U_m$，则$u(m_i)\cap u(m_j)\in U_m$；

④当$u(m_i)\in U_m$，则$\exists u(m_j)\in U_m$，等$m\in u(m_j)$有$u(m_j)\in U_m$，

此即势周与势周邻域系大致相近条件。

定义2·9 设A_i是u（m）的第i个元，u（m）中有R个元，其中有R_{Ai}个复盖A_i，则称R_{Ai}/R为D对A_i的复盖频率，且记$D_R(A_i)=\frac{R_{Ai}}{R}$，称

$$D=(A_i)=\lim_{R\to\infty} D_R(Ai)$$

为A_i的盖率。

定理2·3 $\forall A_i\in u(m)$，有$D(A_i)\geqslant 0$，$\sum_{i-1}^{Q} D(A_i)=1$，$D(M)=0$

（证明仿定理2·2）

定义2·10 设$m\in M$，对m若有邻域系U_m，则称(M, T_m)，$T_m=\{U_m|m\in M\}$为势周拓扑空间，称T_m为势周拓扑。

三、势预测公理系统

公理3·1 当$B(a_i)\in\phi$，$a_i\in u(A)$，i=1，2，…，P则A非势期。

公理3·2 当$D(A_i)\in\phi$，$A_i\in u(m)$，i=1，2，…，Q则m非势周。

定义3·1 考虑GFS系统的时变特性，势期A（势周m）呈阶段性变化，称前后阶段的差异为时变参数θ（K）。

附注：θ（K）可采用〔6〕的“分段增值法”、“多层AR模型法”求得。

我们知道，拓扑空间是有差异的，施于X的分离公理有五条。为此，初步提出：

① 当系统在历史过程中，势期（势周）虽有变化，而

$$\left|\frac{\theta(K)}{A_K}\right|<\alpha$$

则称A（m）为稳定型势期（势周）。其中$\left|\frac{\theta(K)}{A_K}\right|$是时变参数相对差，α是待定参数，由系统特征确定。

②当势期（势周）呈阶段性变化，而

$$\alpha<\left|\frac{\theta(K)}{A_K}\right|<\beta$$

则称A（m）为慢递增（减）型势期（势周），α、β意义同上。

③当势期（势周）呈正（负）相向的阶段性变化（范围同2°），则称A（m）为波浪型势期（势周）。

④当$\alpha<\left|\frac{\theta(K)}{A_K}\right|<\beta$，但变化很不规则，则称A（m）为布朗型势期（势周）。

定义3·2　设A为序关系≤下的偏序集，即

1°　$a_i \leqslant a_i$，对$\forall a_i \in A$；

2°　当$a_i \leqslant a_j$与$a_j \leqslant a_i$成立，则$a_i = a_j$；

3°　当$a_i \leqslant a_j$与$a_j \leqslant a_K$，则$a_i \leqslant a_K$。

定理3·1 ①设B（A）是盖率偏序集，N充分大，则B（A）具最大元；② 设D（m）是盖率偏序集，N充分大，则D（m）具最大元。

证：基本方法同著名的Zorn定理[3]。

定理3·2　设u（A）是势期邻域，{B（a_i）}是势元盖率集，则映射

$$б: u(A) \longrightarrow \{B(a_i)\}$$

是1—1且满。

定理3·3　设{B（a_i）}到A＝{a_i^*}的映射为$б^{-1}$，则

$$б^{-1}: \{B(a_i)\} \longrightarrow \{a_i^*\}$$

是1—1且满，当且仅当min{B（a_i）}已确定。

附注①{B（a_i）}的最小元由系统特征确定。

②对势周亦有相似的定理。

定义3·3　设A_{K-1}为K－1时段的势期，θ（K）为K时段的时变参数，则称

$$\widehat{A_k} = A_{K-1} \pm \theta(K)$$

是K时段的预测势期。

定义3·4　设m_{K-1}为K－1时段的势周，θ（K）为K时段的时变参数，则称

$$\widehat{m}_K = m_{K-1} \pm \theta(K)$$

是K时段的预测势周。

四、应用实例

例1　我国七级以上地震活动阶段性分析预测。简单步骤如下：

①根据“中国地震简目”，以我国七级以上相邻地震时间间隔为基本元素，作映射可得灾变集

$X^{(0)}$＝{8,1,3,2,3;1,1,2,2,2,1;3,3,4,2;1,1,1,1,2,2,1;2,3,3,3;1,1,1}

②由定义2·6作映射u：$X^{(n)} \longrightarrow \{u(m)\}$

$u(m_1)=\{A_1'(8,1,3,2,3),\ A_2'(3,3,4,2),\ A_3'(2,3,3,3)\}$

$=\left\{A_1'(17),\ \bar{A}_2'\left(\frac{12+11}{2}=11.5\right),\ \bar{A}_2'(11.5)\right\}$

$u(m_2)=\{A_1''\ (1,1,2,2,2,1),\ A_2''\ (1,1,1,1,2,2,1), A_3''\ (1,1,1\}$

$=\{A_1''\ (9),\ A_1''\ (9),\ A_3''\ (3)\}$

③按定义2·8及定理3·2计算可得

对$u(m_1)$有：$D(A_1')=0.33$

$D(\bar{A}_2')=0.67$

对$u(m_2)$有：$D(A_1''\ )=0.67$

$D(A_3''\ )=0.33$

④按定理3·3，对$u(m_1)$，$u(m_2)$分别选定min≥0.67，

作映射6^{-1}：$\{D(A_i)\} \longrightarrow \{A_i^*\}$

分别得 $\begin{cases} m_1=\{11.5\} \\ m_2=\{9\} \end{cases}$

⑤对势期邻域有相似的计算

其中：$u(A_1')=\{a_{11}'(8), a_{12}'(1), a_{13}'(3), a_{14}'(2), a_{15}'(3)\}$

$B(a_{11}')=0.2$　　　　$B(a_{12}')=0.2$

$B(a_{13},)=0.4$　　　　$B(a_{14}')=0.2$

$u(A_2')=\{a_{21}'(3), a_{21}'(3), a_{22}'(4), a_{23}'(2)\}$

$B(a_{21}')=0.5$　　　　$B(a_{22}')=0.25$　　　　$B(a_{23}')=0.25$

$u(A_3')=\{a_{31}'(2), a_{32}'(3), a_{32}'(3), a_{32}'(3)\}$

$B(a_{31}')=0.25$　　　　$B(a_{32})=0.75$

$u(A_1''\ )=\{a_{11}''\ (1), a_{11}''\ (1), a_{12}''\ (2), a_{12}''\ (2), a_{12}''\ (2), a_{11}''\ (1)\}$

$B(a_{11}''\ )=0.5$　　　　$B(a_{12}''\ =0.5$

$u(A_2''\ )=\{a_{21}''\ (1), a_{21}''\ (1), a_{21}''\ (1), a_{21}''(1), a_{21}(1), a_{22}''(2), a_{22}''\ (2)\}$

$B(a_{21}''\ )=0.71$　　　　$B(a_{22}''\ =0.29$

$u(A_3''\ )=\{a_{31}''\ (1), a_{31}''\ (1), a_{31}''\ (1)\}$

$B(a_{31}''\ )=1$

⑥分别取min=0.4,0.5,0.75,0.5,0.71,1

作映射6^{-1}：$\{B(a_i)\} \longrightarrow \{a_i^*\}$

分别得　$A_1^*=\{3\}$　　$A_2^*=\{3\}$　　$A_3^*=\{3\}$

$A_1^{**}=\{1,\ 2\}$　　$A_2^{**}=\{1\}$　　$A_3^{**}=\{1\}$

⑦阶段性分析预测。把计算结果列成表1，根据计算及表1，我们认为：

（1）我国大陆具有较稳定的地震势周和地震势期。其中每个周期的平静阶段大约稳定在11年6个月，活动阶段大约稳定在9年。换言之，每个周期持续20年6个月。估计，1977年至1988年是第五周期的平静阶段，1989年前后将转入新的活跃阶段。目前，我国正处在第五周期的平静幕向活动幕转变的过渡阶段，地震活动强度比前几年略有提高，

表 1　我国七级以上地震活动势预测分析表

Table 1 Analysis of the seismicity prediction of $M_S > 7$ in our country

地震势周邻域 u(m)	地震势周 m	地震势期 A''	7级以上地震 次数	7级以上地震 百分比	相应地震活动周期		起止时间
$A_1'(17)$	$m_1=\{11.5\}$	$A_1''=\{3\}$	3	18%	第二活动周期	平静阶段（幕）	1907—1919
$A_1''(9)$	$m_2=\{9\}$	$A_1''=\{1,2\}$	14	82%		活跃阶段（幕）	1920—1937
$A_2'(11.5)$	$m_1=\{11.5\}$	$A_2''=\{3\}$	4	23%	第三活动周期	平静阶段（幕）	1938—1946
$A_2''(9)$	$m_2=\{9\}$	$A_2''=\{1\}$	13	77%		活跃阶段（幕）	1947—1955
$A_3'(11.5)$	$m_1=\{11.5\}$	$A_3''=\{3\}$	1	7%	第四活动周期	平静阶段（幕）	1956—1965
$A_3''(3)$	$m_2=\{9\}$	$A_3''=\{1\}$	14	93%		活跃阶段（幕）	1966—1976
$A_4'(11.5)$	$m_1=\{11.5\}$	$A_4''=\{3\}$	～	～	第五活动周期	平静阶段（幕）	1977—(1988)
$A_4''(?)$	$m_2=\{9\}$	$A_4''=\{1\}$	～	～		活跃阶段（幕）	(1989)—(1997)

（2）我国大陆具有较稳定的地震势元，就是说：每个周期的平静阶段，每隔3年发生1次七级以上地震，活跃阶段每隔1年发生1次七级以上地震。据此，第五周期的平静幕亦具有稳定的势元3，活动幕亦具有稳定的势元1。近期可能3年发生1次七级以上地震。

（3）从理论上讲，地震势周可以向更高层次提升。但从近百年的资料看，这种更高层次的地震活动逐渐由强变弱，能量释放慢慢下降。据此，第五周期的地震活动水平可能与第四周期相当，不会太高。

（4）势预测虽然不是主要分析地震活动的空间分布，但是，计算过程发现：新疆、甘宁青、西藏、川滇、华北构成我国地震活动的五大主体区。每个周期都有自己的主体活动区，由北向南，由西向东逐渐迁移。每个主体区又有各自的特点，五个区的强震活动交替出现，使我国地震具有明显周期性和阶段性。随着时间推移，由第一周期至第四周期，强震分别发生在新疆天山（2次8级以上）、河西走廊至新疆北西向构造带（2次8级以上）、南北地震带和西南地区（2次8级以上），西南和华北（5次7级以上）。从应变能的积累和近震资料看，第五周期的主体地区可能返回新疆—甘宁青（即百年前的主体）。

例2　华北地区六级以上地震活动阶段性分析预测。

根据“中国地震简目”，按照例1的相同步骤，经过计算，可以获得如下结果：

① $u(m_1)=\{A_1'(147),\ A_1'(85)\}$

$u(m_2)=\{A_1''(106.2),\ A_2''(146.5)\}$

② $m_1=\{147,\ 85\}$　　$m_2=\{106.2,\ 146.5\}$

③ $u(A_1')=\{a_{11}'(147)\}$　　$B(a_{11}')=1$

$u(A_2')=\{a_{21}'(85)\}$　　$B(a_{21}')=1$

$u(A_1'')=\{a_{11}''(16), a_{12}''(35.5), a_{13}''(44.7), a_{12}''(35.5), a_{13}''(44.7), a_{11}''(16), a_{13}''(44,7), a_{14}''(10)\}$

$$B(a_{11}'')=0.25 \qquad B(a_{12}'')=0.25$$

$$B(a_{13}'')=0.387 \qquad B(a_{14}'')=0.125$$

$$u(A_{21}'')=\{a_{211}''(35.5), a_{212}''(21.5), a_{211}''(35.5), a_{212}''(21.5), a_{213}''(1), a_{214}''(21)\}$$

$$u(A_{22}'')=\{a_{221}''(1.5), a_{221}''(1.5), a_{222}''(6), a_{221}(1.5)\}$$

$$B(a_{221}'')=0.75 \qquad B(a_{222}'')=0.25$$

④ $A_1^{\prime\prime}=\{44.7\}$

$$A_2^{\prime\prime}=\begin{Bmatrix}35.5\\21.5\\1.5\end{Bmatrix}$$

⑤分析预测．将上述结果列成表2。根据计算及表2，我们认为：

表2　华北地区六级以上地震活动势预测分析表

Table 2 Analysis of seismicity prediction of $M_S>6$ in North China

地震势周邻域 u(m)	地震势底 m	地震势期 A	六级以上地震 次数	六级以上地震 百分比	相应地震活动周期		起止时间
$A_1'(147)$	$m_1=\{147.85\}$	$A'_{1,2}=\{147.85\}$	0	0	第三活动周期	平静阶段（幕）	1337—1483
$A_1''(106.2)$	$m_2=\begin{Bmatrix}106.2\\146.5\end{Bmatrix}$	$A_1''=\{44.7\}$	18	100%		活跃阶段（幕）	1484—1730
$A_2'(85)$	$m_1\{147.85\}$	$A'_{1,2}=\{147.85\}$	0	0	第四活动周期	平静阶段（幕）	1731—1814
$A_2''\begin{pmatrix}35.5\\21.5\\1.5\end{pmatrix}$	$m_2=\begin{Bmatrix}106.2\\146.5\end{Bmatrix}$	$A_2''=\begin{Bmatrix}35.5\\21.5\\1.5\end{Bmatrix}$	13	46%		活跃阶段 第一活跃亚幕	1815—1965
			15	54%		活跃阶段 第二活跃亚幕	1966—1976
$A_3'(\geqslant 85)$	$\geqslant 85$	$A_3'\geqslant 85$	～	～	第五活动周期	平静阶段（幕）	1977—?
～	～	～	～	～		活动阶段（幕）	～

（1）华北地区地震活动周期基本上稳定在232年至253年（或更长一些）．不同周期的平静阶段与活跃阶段，变化大，稳定性较差。其中，第三周期的平静阶段持续147年，而第四周期的平静阶段仅有85年；第三周期的活跃阶段持续106年，而第四周期的活跃阶段却延续了145年以上。目前，华北地区仍处在第五周期的平静阶段，从1977年开始，大约85年以后才能转入活跃阶段。由于第四周期的第二活跃亚幕，仅11年就经历5次七级以上地震的能量大释放高潮；同时，从全国来看，华北历史强震频度亦较低（1679年，河北三河—北京曾发生1次8级地震）。因此，第五周期再发生多次七级以上地震的可能性不大，发生个别七级地震不可排除．

（2）地震势元在每个周期的平静阶段非常稳定，从未发生六级以上地震。而在活跃阶段则不然，势元变化较大。第三周期的活跃幕，大约45年发生1次6级以上地震。第四周期的活跃幕变化更大，似能分为第一活跃亚幕（1815—1965）和第二活跃幕（1966—1977）。在第一亚幕，每隔22年—36年发生1次6级以上地震；在第二亚幕，势元大大减少，仅1年

6个月就可能发生1次6级以上地震。从1966年至1976年，连续发生15次6级以上地震，占整个活跃阶段的54%。目前，处在平静幕的华北，几乎不可能发生6级以上地震。

五、结　语

在科学史上，数学与自然科学的一致性经常出现。拓扑学与地震、气象、灾害学等的联系，当然可以作为一种似周期的预测方法被接受。

参 考 文 献

〔1〕江泽涵，拓扑学引论，上海科技出版社，1977年。

〔2〕Zadeh, L · A Fuzzy Set, Infrmation and Control 8.

〔3〕John D · Baum 点集拓扑学原理，人民教育出版社，1982。

〔4〕汪培庄，落影空间—模糊集合的概率描述，数学研究与评论，1983.10.

〔5〕李仲谋，GFS系统的势预测，全国模糊数学学术讨论会论文集，1986.

〔6〕汤兵勇，关于动态系统时变参数的预报算法，黑龙江大学学报，1983.

〔7〕邓聚龙，灰色系统，国防工业出版社，1985.

PRIMARY APPLICATION OF THE POTENTIAL FORECAST OF GFS SYSTEM IN THE STUDY OF EARTHQUAKE FORECAST

Li Zhongmo

(The Science Committee of Jexi, Guangdong Province)

Wang Peizhuang

(Mathematical Department of Peking Teachers Training University)

〔Abstract〕 This article refers to the method of potential forecast of GFS ststem. It suggests and states the conceptions of potential elements, potential periods and potential cycles, puts forward covering elements, covering rate of potential elements, potential periods and their nature, suggests further more topological space of potential periods, cycles and the generally acknowleged system of potential forecat and puts forth an example at last. It shows primarily that potential forecast has a good applicable prospect for GFS system.